

2023 年度 修士論文

最尤法を用いたガンマ線望遠鏡の角度分解能の向上の検討

名古屋大学大学院理学研究科  
素粒子宇宙物理学専攻宇宙地球物理系  
宇宙線物理学研究室

博士課程（前期課程）2 年  
学籍番号 262101620

**Sunghyun Bang**

2023 年 3 月 20 日

## 概要

銀河宇宙線を約 3 PeV エネルギーまで加速する未発見の天体を PeVatron と呼び、その発見は宇宙線の起源を解く鍵になると期待されている。宇宙線陽子の加速の現場を捉えるには中性粒子であるガンマ線による観測が有効な手法であり、PeV 領域の宇宙線陽子が作る数十 TeV から数百 TeV の特徴的なガンマ線スペクトルを検出できれば PeVatron 発見の証拠になる。Cherenkov Telescope Array (CTA) は次世代の地上チェレンコフガンマ線望遠鏡であり、そのうち 5~300 TeV の領域を担う小口径望遠鏡は PeVatron 探査で重要な役割を果たす。小口径望遠鏡のカメラは直径 8 度の視野を持ち、広視野で PeVatron 探索を行える。しかし、数十 TeV 以上のガンマ線が作るチェレンコフ像は、この広視野をはみ出す事象が支配的である。そのため、2次元チェレンコフ像の主成分分析からガンマ線到来方向を決定する一般的な手法では、CTA の角度分解能を高めきれない可能性がある。そこで本研究では主成分分析の代わりに、最尤法によるチェレンコフ像の分布のモデルフィットを採用し、方向決定精度が向上するかを検証した。まず初めに、チェレンコフ像を模した 2次元ガウシアン分布でトイモンテカルロシミュレーションを行い、視野外にはみ出すチェレンコフ像であっても、主成分分析より方向決定精度が改善することが確認された。また、方向の推定の誤差も正しく計算されることを確認した。さらにガンマ線のエネルギーが 10 TeV から 330 TeV までのモンテカルロガンマ線チェレンコフ像を用いた最尤法フィットを行い、その像の軸の決定精度をおよそ 20% 向上させることに成功した。

# 目次

第 1 章	宇宙線起源とガンマ線観測	1
1.1	宇宙線の起源と PeVatron 探索	1
1.2	ガンマ線による PeVatron 探索	3
1.3	PeVatron 探索の先行研究	3
1.4	PeVatron 研究上の課題	3
1.5	次世代ガンマ線望遠鏡 CTA による角度分解能の向上	5
第 2 章	Cherenkov Telescope Array (CTA)	11
2.1	CTA の設計	11
2.2	解像型大気チェレンコフ望遠鏡のガンマ線到来方向決定	11
2.3	CTA におけるガンマ線の到来方向決定と精度向上の要点	12
第 3 章	最尤法を用いたガンマ線方向決定精度の向上検証	19
3.1	最尤法導入の必要性	19
3.2	最尤法による軸決定精度の向上と推定誤差の検証	21
3.3	現実に近いガンマ線のチェレンコフ像を用いた解析	25
第 4 章	結論	37
	謝辞	39
	引用文献	41



# 目次

1.1	宇宙線エネルギースペクトル	2
1.2	LHAASO のエネルギースペクトルと significance マップ	4
1.3	H.E.S.S. が観測した銀河中心 (HESS J1745–290) と銀河中心の周辺のエネルギースペクトル	5
1.4	LHAASO J1908+0621 ガンマ線エネルギースペクトル	6
1.5	LHAASO の銀河面探査	7
1.6	様々なガンマ線観測実験の角度分解能比較	8
1.7	HESS J1641–463 のガンマ線エネルギースペクトル	9
1.8	HESS J1641–463 エネルギースペクトル	10
2.1	南半球サイトの CTA 完成想像図	12
2.2	空気シャワー	13
2.3	空気シャワーから生じるチェレンコフ光	14
2.4	同一のガンマ線空気シャワー事象を 4 台の異なる位置に置かれた望遠鏡で観測した場合の、それぞれのチェレンコフ像とその軸。	15
2.5	ガンマ線到来方向決定図	16
2.6	PCA でチェレンコフの像の軸の求め方	16
2.7	CTA の銀河面探査シミュレーション	17
3.1	CTA 小口径望遠鏡で見たガンマ線チェレンコフ像の例	20
3.2	Edge ratio の概念図	20
3.3	ガンマ線のエネルギーごとにはみ出しのないガンマ線の像の割合	21
3.4	トイモンテカルロチェレンコフの像の例	22
3.5	はみ出しのトイモンテカルロチェレンコフの像の例	23
3.6	チェレンコフ像のはみ出し部分の度合いを示す Edge ratio と真のはみ出し部分の割合 ((True total pe - Observed pe)/ True total pe) との比較	24
3.7	最尤法で推定したチェレンコフ像のはみ出しの部分である truncated fraction ((Est total pe - observed pe)/ Est total pe) と真のその割合と比較	25
3.8	トイモンテカルロチェレンコフの像の真のはみ出しの部分の割合であるヒストグラム	26
3.9	トイモンテカルロシミュレーションの $\Delta\psi$ の分布	26
3.10	$\Delta\psi$ の平均値 $\langle\Delta\psi\rangle$ のはみ出し割合に対する依存性	27
3.11	$\Delta\psi$ の標準偏差 $\sigma_{68\%}$ の真のはみ出しの割合に対する依存性	28
3.12	はみ出しのチェレンコフ像に対しての $\sigma_{68\%}\left(\frac{\psi_{\text{fit}}-\psi_{\text{true}}}{\psi_{\text{error}}}\right)$ 。	29
3.13	10 TeV – 100 TeV 以上までの四つの区間で分けたガンマ線チェレンコフ像のイベントヒストグラム	30

3.14	ガンマ線のエネルギー区間ごとに求めた truncated fraction に対するモンテカルロガンマ線チェレンコフの像のヒストグラム . . . . .	31
3.15	ガンマ線のエネルギー区間ごとに求めた Edge ratio に対するモンテカルロガンマ線チェレンコフの像のヒストグラム . . . . .	32
3.16	フルモンテカルロシミュレーションの $\Delta\psi$ の分布 . . . . .	33
3.17	ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction ((Est total pe - observed pe)/ Est total pe) 区間ごとのガンマ線チェレンコフ像に対する $\langle \psi_{\text{fit}} - \psi_{\text{true}} \rangle$ . . . . .	34
3.18	ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction (Est total pe - observed pe)/ Est total pe の区間での、ガンマ線チェレンコフ像の $\sigma_{68\%}(\psi_{\text{fit}} - \psi_{\text{true}})$ . . . . .	35
3.19	ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction (Est total pe - observed pe)/ Est total pe の区間での、ガンマ線チェレンコフ像の $\sigma_{68\%}(\frac{\psi_{\text{fit}} - \psi_{\text{true}}}{\psi_{\text{error}}})$ . . . . .	36

# 表目次



# 第 1 章

## 宇宙線起源とガンマ線観測

### 1.1 宇宙線の起源と PeVatron 探索

20 世紀初頭までに検電器を放電させる自然放射線の起源は地殻であるか、地球外であるか、それとも地球大気であるか知られていなかった。1912 年、Victor F. Hess は電離計を、熱気球に乗せ、高度 1000 m まで高度を上げれば上げるほど放電の早さが早まること、すなわち放射線の強度が高まることを示した(Hess 1912)。これは高エネルギーの放射線が地殻や大気からではなく宇宙から飛来していることを示す。この放射線を宇宙線と呼ぶ。

Hess が宇宙線を発見して以降宇宙線の成分を調べるために様々な宇宙線観測実験が行われ、宇宙線の成分は 99% は陽子と原子核であることがわかった(井上一他 2008)。図 1.1 は宇宙線エネルギースペクトルで、そのエネルギーが 10 GeV 以上から 3 PeV まで単一の冪関数  $E^{-\alpha}$  に従うことがわかる。ここで  $\alpha \simeq 2.7$  であり、3 PeV 付近では冪関数の指数が約 2.7 から 3 まで変化する。この冪の変化が現れるエネルギー領域を knee 領域と呼ぶ。ここから分かるように、10 GeV から knee 領域まで宇宙線を加速する単一の加速機構が存在する可能性があるが、どの天体はその加速を担っているかは未解明である。この宇宙線陽子を knee 領域まで加速する未発見天体を総称して PeVatron と呼び、その発見は宇宙線陽子が knee 領域まで効率的に加速される機構を解き明かす鍵になる。

PeVatron が未発見である原因は、宇宙線陽子が電荷を持つことにある。宇宙線陽子は星間磁場によりその進行方向を曲げられるため、宇宙線の直接観測からはその到来方向を決定できず、加速天体の情報が得られない。エネルギーが 3 PeV 以下の宇宙線は星間磁場で我々の銀河の中に閉じ込められるため、PeVatron は銀河内天体だと考えられるものの、どの天体が PeVatron かは未知である。

PeVatron の候補としては、超新星残骸が挙げられる。超新星爆発ではそのエネルギーのおよそ 10% が宇宙線の加速に使われていると考えると、過去の超新星爆発の頻度で銀河内の宇宙線全エネルギーを説明できる(CTA)。また、超新星残骸における衝撃波加速で約 3 PeV まで宇宙線を加速できる可能性がある。

超新星残骸における陽子加速の観測的な証拠として、フェルミ宇宙ガンマ線望遠鏡に搭載されている Large Area Telescope による 2 つの超新星残骸 IC 433 と W44 の GeV 領域のガンマ線放射の観測がある。この観測から、これら超新星残骸のガンマ線スペクトルは宇宙線陽子起源のガンマ線放射で説明ができ、超新星残骸で宇宙線陽子が加速されていることが明らかになった(Ackermann et al. 2013)。

超新星残骸以外にも、PeVatron の候補として銀河中心領域が挙げられる。1.3.2 節で述べるように、地上ガンマ線望遠鏡 High Energy Stereoscopic System (H.E.S.S.) による銀河中心領域の長時間観測によって、その領域に PeVatron が存在する可能性が示された(H.E.S.S. Collaboration 2016)。

また 1.3.1 節で述べる地上アレイ型ガンマ線検出器 Large High Altitude Air Shower Observatory (LHAASO) でも北天 PeVatron 探索を行い、複数の PeVatron 候補を発見した(Cao et al. 2021)。しかし LHAASO の足りない角度分解能とエネルギー分解能のため、発見した PeVatron 候補が陽子起源であるか、電子起源であるかまだわからない。

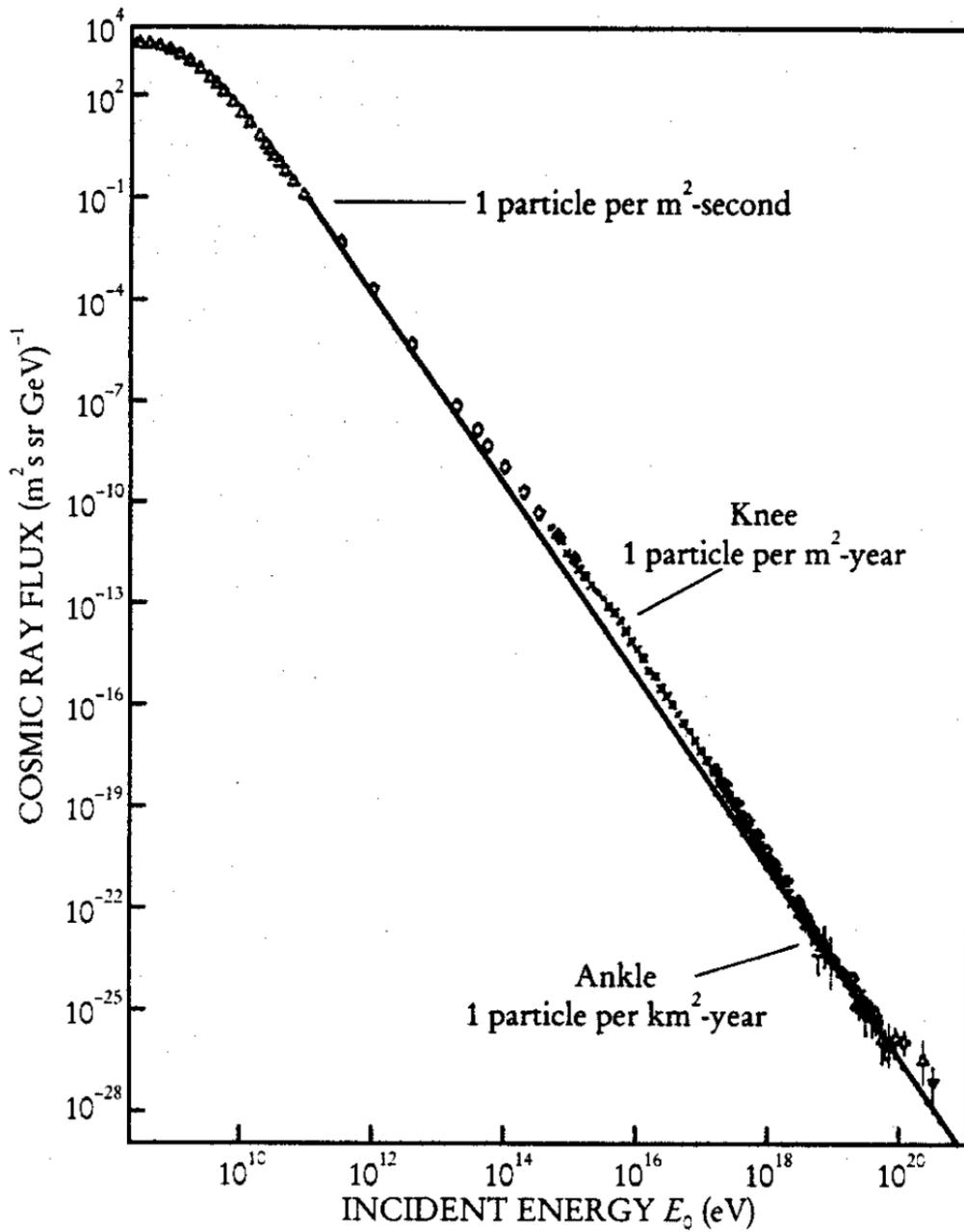


図 1.1 宇宙線エネルギースペクトル。約 3 PeV のところ knee 領域に冪関数の折れ曲がりがある (指数の変化) がある。図は O'Halloran et al. (1998) より引用。

## 1.2 ガンマ線による PeVatron 探索

PeVatron の探索方法にはガンマ線観測がある。高エネルギーの宇宙線陽子が星間物質中の原子核とハドロン相互作用を起こすとパイ中間子を生成する。このうち電氣的に中性な  $\pi^0$  中間子はガンマ線に 2 体崩壊し、元の陽子の運動エネルギーのおよそ 10% のエネルギーを持ったガンマ線になる。したがって、もし PeVatron 周辺に星間物質が存在すれば、1 PeV のエネルギーを持つ宇宙線陽子の存在は 100 TeV 程度のエネルギーのガンマ線として観測されるはずである。ガンマ線は電荷を持たず宇宙空間を直進するため、高エネルギー天体からのガンマ線を検出しその到来方向を決定すれば、その天体の位置情報に直すことができる。このような理由から、ガンマ線観測は宇宙線研究にとって強力な手段となる。

ガンマ線観測で PeVatron を探す場合、knee 領域に加速限界をもつ特徴的な宇宙線スペクトル形状や宇宙線陽子の空間分布を得られれば、PeVatron 発見の強い証拠となる。先述したように元の宇宙線陽子のおよそ 10% のエネルギーのガンマ線が放射されるため、3 PeV の宇宙線スペクトルの冪の指数の変化は、およそ 300 TeV でのガンマ線スペクトルのカットオフとして観測されることが期待される。

## 1.3 PeVatron 探索の先行研究

### 1.3.1 LHAASO の PeVatron 候補の発見

中国に設置された地表アレイ型のガンマ線検出実験である Large High Altitude Air Shower Observatory (LHAASO) では、数百 TeV 以上のエネルギーまで及ぶガンマ線で銀河面を観測し 12 個の天体を  $7\sigma$  以上の統計的有意度で発見した(Cao et al. 2021)。たとえば、図 1.2 に示すように、LHAASO J2226+6057、J1908+0621、J1825-1326 のガンマ線エネルギースペクトルは 100 TeV ところでカットオフが見えるが、log-parabola 関数である  $E^{-\alpha}$ 、 $\alpha = a + b \log E$  でフィットすることによって、冪関数フィットより良くフィットができることが示され、10 TeV から 500 TeV までカットオフなしで冪が徐々に変化を示した。これは PeVatron の存在を示唆する結果である。

### 1.3.2 H.E.S.S. による銀河中心領域の観測

解像型大気チェレンコフ望遠鏡である High Energy Stereoscopic System (H.E.S.S.) は銀河中心領域のガンマ線観測によって、PeVatron の痕跡を見つけた。銀河中心領域には Central Molecular Zone (CMZ) と呼ばれる分子雲密集領域があり、H.E.S.S. の銀河中心領域におけるガンマ線の観測によって、分子雲とガンマ線の放射が空間的に高い相関関係にあることが報告された(Aharonian et al. 2006)。この相関は、CMZ 中に高エネルギーの宇宙線が存在することを意味し、銀河中心領域のガンマ線放射が宇宙線陽子由来であることが分かる。2006 年以降、H.E.S.S. が同領域を長時間観測した結果、2016 年に、PeVatron の痕跡を得た。図 1.3 に示すように、この観測で得られたガンマ線のエネルギースペクトルは 95% 信頼度では 0.4 PeV、90% では 0.6 PeV、68% では 2.9 PeV までカットオフを持たないことが明らかになった(H.E.S.S. Collaboration 2016)。

## 1.4 PeVatron 研究上の課題

PeVatron の探査で数百 TeV までガンマ線を測定し、スペクトル形状から加速限界の特徴を調べるだけでなく、そのガンマ線放射が陽子起源であるか電子起源であるかの決定が PeVatron 発見の証拠として重要になる。例えば、LHAASO J1908+0621 の場合、およそ 440 TeV TeV までガンマ線放射が観測されたが、図 1.4 に示すように、そ

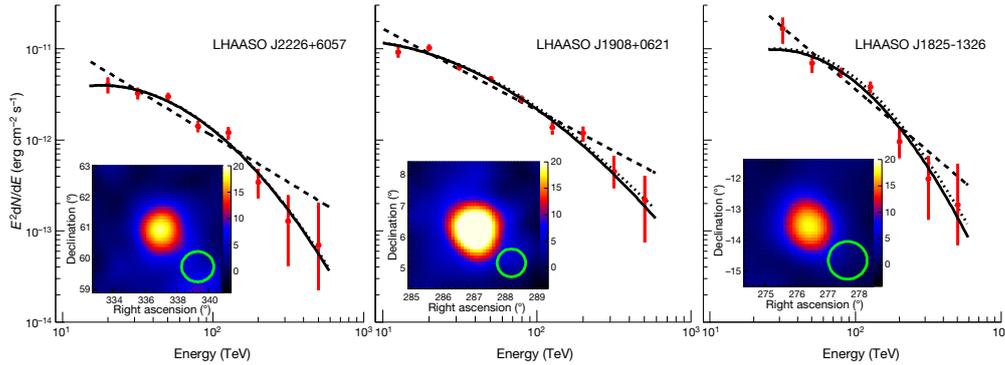


図 1.2 LHAASO で観測された銀河面のガンマ線天体のエネルギースペクトル。図は Cao et al. (2021) より引用。黒い実線は  $E^{-\alpha}$ ,  $\alpha = a + b \log E$  である log-parabola function でフィットした線。点線はガンマ線とその周りにおける宇宙マイクロ背景放射と相互作用して減った部分を補完する線。破線は  $E^{-\Gamma}$  である冪関数である。(左) は LHAASO J2226+6057 で log-parabola 関数の free パラメータは  $a = 1.56$ ,  $b = 0.88$  で、冪関数の指数は  $\Gamma = 3.01$  である。(中) は LHAASO J1908+0621 で  $a = 2.27$ ,  $b = 0.46$ ,  $\Gamma = 2.89$ 。(右) LHAASO J1825-1326 で  $a = 0.92$ ,  $b = 1.19$ ,  $\Gamma = 3.36$  である。カラーマップは、25 TeV 以上のガンマ線の有意度 (significance) を表す。

の放射領域には 超新星残骸 G40.5-0.5 とパルサー PSR J1907+0602 があるため、どちらがガンマ線放射の起源天体であるか決定することができない。

この場合、放射起源の説明として 2 つの可能性が考えられる。1 つ目はパルサーからの電子起源のガンマ線放射である。パルサーはそのスピン運動で電子を PeV 領域まで加速できることがかに星雲のガンマ線観測から知られており、この LHAASO J1908+0621 でも同様の放射である。2 つ目の可能性は超新星残骸からの放射である。前述したように超新星残骸で加速された陽子とその周辺の分子雲と衝突してガンマ線放射を起こしているのを観測している可能性があるため、陽子起源の放射、すなわち PeVatron からのガンマ線放射を観測している可能性も残る。しかしこれら 2 つのガンマ線起源の区別はエネルギースペクトルだけでは困難であり、ガンマ線放射のより高い角度分解能での空間分布を得られない限り、LHAASO J1908+0621 のガンマ線放射がどちらの候補天体に付随しているのか決定できない。

このように既知のガンマ線候補天体が密集している領域ではガンマ線天体を同定できない問題が生じ、これを source confusion と呼ぶ。これは、ガンマ線望遠鏡に比べて角度分解能の低い LHAASO のような地上アレイ型検出器で特に発生しやすい。図 1.5 に示すように、LHAASO は多数のガンマ線天体を LHAASO J1908+0621 以外にも銀河面上に発見し、これら天体が既知のガンマ線天体複数に重なっていることが明らかになった。このように source confusion 問題は PeVatron 探査における起源天体および放射起源の特定に障壁となる。

これを解決する方法の 1 つは、より角度分解能の高い解像型大気チェレンコフ望遠鏡を用いた観測をすることである。LHAASO の角度分解能は 100 TeV で 0.25–0.33 deg であるが、図 1.6 に示すように解像型大気チェレンコフ望遠鏡である H.E.S.S. は数十 TeV から数百 TeV までのエネルギー領域で約 0.07 deg の角度分解能を持つ。しかし LHAASO J1908+0621 の例では H.E.S.S. の観測でも望遠鏡の有効面積不足により十分な天体位置の決定ができてない (図 1.4 中の白丸が H.E.S.S. の決定した天体位置を表す)。したがって、LHAASO J1908+0621 の source confusion を解決するためには、H.E.S.S. より有効面積が広く、またさらに良い角度分解能を持ったガンマ線望遠鏡が必要である。

実際に、PeVatron 候補天体の source confusion 問題を角度分解能の向上で解決した例がある。図 1.7 に示すように、HESS J1641-463 は近く存在する明るいガンマ線天体 HESS J1640-465 のため、元々その存在が知らていな

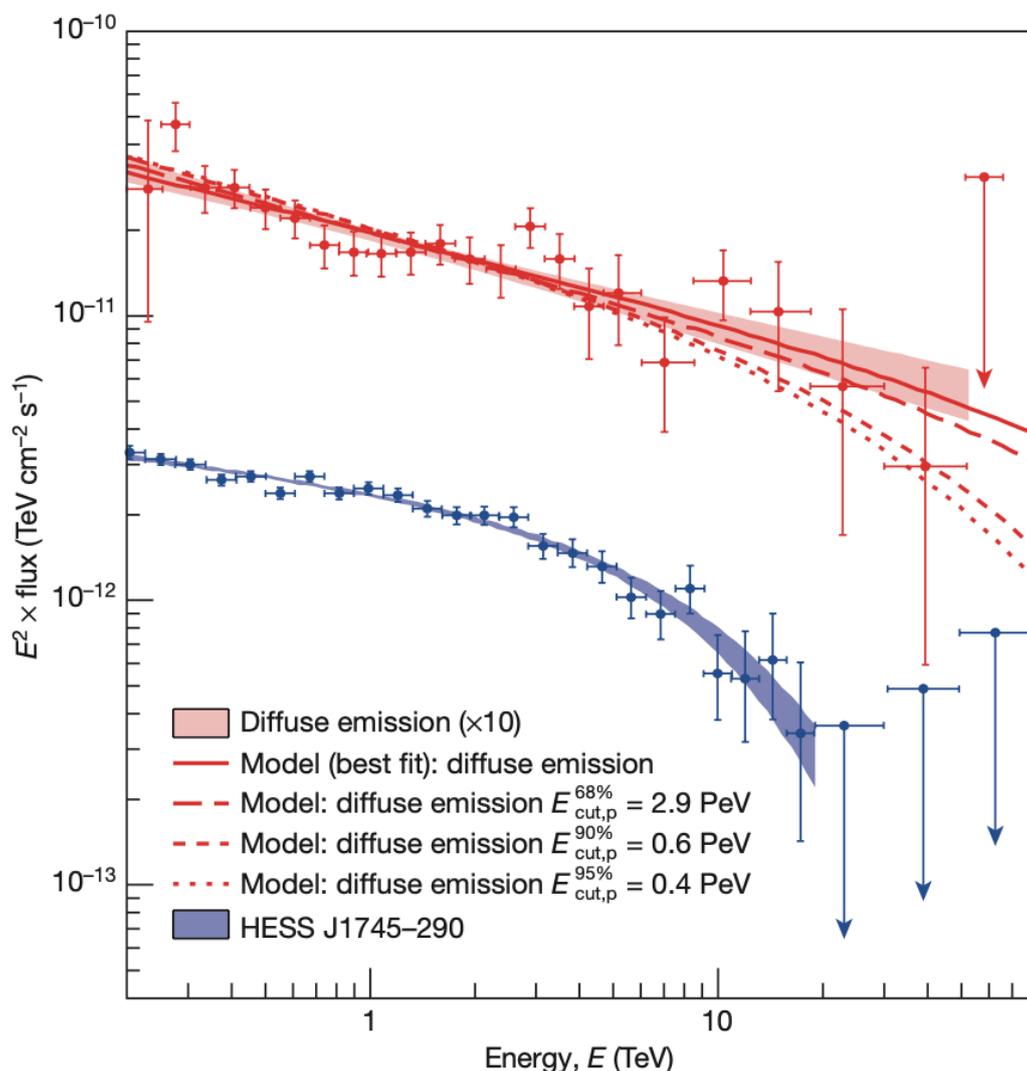


図 1.3 H.E.S.S. が観測した銀河中心 (HESS J1745–290) と銀河中心の周辺のエネルギースペクトル。青のデータ点フィット曲線は H.E.S.S. が観測した銀河中心 (HESS J1745–290) で赤のデータ点とフィット曲線は H.E.S.S. が観測した銀河中心の周辺である。HESS J1745–290 は数十 TeV でカットオフを持つが、その周辺は 95% 信頼度では 2.9 PeV、90% では 0.6 PeV、68% では 0.4 PeV までカットオフを持たない。図は [Wejnert et al. \(2016\)](#) より引用。

かった。しかし、H.E.S.S. の高エネルギーにおける高い角度分解能によって図 1.8 に示すように HESS J1641–463 と HESS J1640–465 を分離して個々のエネルギースペクトルが測定され、前者は 20 TeV までカットオフの存在しないことが示された。さらに、この天体は分子雲および超新星残骸 G338.5+0.1 に空間的に一致していることもわかり陽子起源のガンマ線放射を持つ PeVatron 候補として報告された。

## 1.5 次世代ガンマ線望遠鏡 CTA による角度分解能の向上

これまで述べてきた PeVatron の発見の困難を解決する次世代計画として Cherenkov Telescope Array (CTA) の建設が 2020 年代に計画されている。CTA は 解像型大気チェレンコフ望遠鏡 (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope、IACT) を数  $\text{km}^2$  の広範囲に多数並べることにより広い有効面積と高い角度分解能を獲得する (IACT

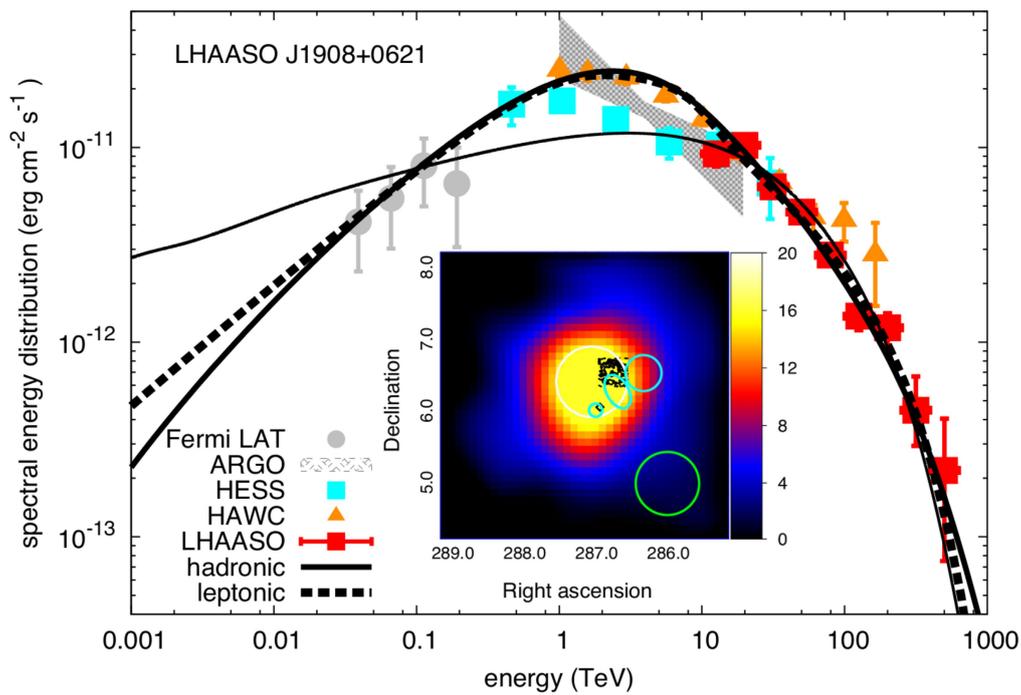


図 1.4 LHAASO J1908+0621 ガンマ線エネルギースペクトル。図は Cao et al. (2021) より引用。黒い点線の等高線は超新星残骸 SNR G40.5-0.5 の空間分布を表す。黒ダイヤモンドは PSR J1907+0602 の位置である。緑円は LHAASO の point spread function (PSF) である。白丸は H.E.S.S. の観測による同天体の中心位置。黒い点線はパルサーで生成した電子起源のガンマ線スペクトルで元の電子スペクトルは指数関数のカットオフを持つ冪関数  $N(E) \simeq E_e^{-1.75} \exp[-E_e/800 \text{ TeV}]$  である。細い黒い線は陽子起源のガンマ線スペクトルでその式は、元の陽子スペクトルが  $N(E) \simeq E^{-1.85} \exp[-E/380 \text{ TeV}]$  である。太い黒い実線は宇宙線陽子起源のガンマ線スペクトルで、元の陽子スペクトルは冪関数の指数が 25 TeV 周辺で 1.2 から 2.7 に変化する broken power-law spectrum 指数関数で 1.3 PeV に指数関数カットオフを持つ。

のガンマ線到来方向決定手法については次章で詳述する)。

CTA は 2023 年現在建設途中であるが、その完成後にはその角度分解能は 10 TeV で約 0.04 deg、100 TeV で約 0.01 deg を達成する予定である (図 1.6)。これは前述した H.E.S.S. の角度分解能に比べて 10 TeV で約 2 倍、100 TeV では約 7 倍改善し、LHAASO に比べると約 20 倍の改善となる。前述した H.E.S.S. の source confusion 問題のように、将来、複数天体より近接した source confusion が発見された場合でも CTA で解決できる可能性が高まる。また、1.4 節に述べたように、LHAASO J1908+0621 ようなガンマ線放射起源の切り分け問題も解決する可能性がある。

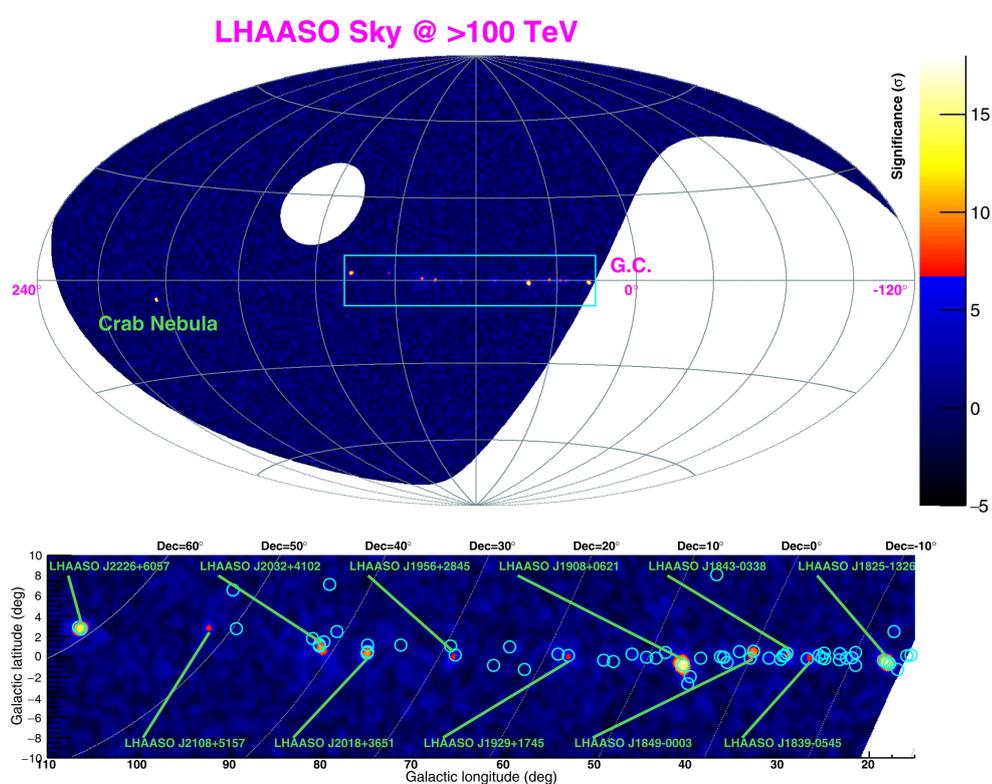


図 1.5 LHAASO による 100 TeV 以上のガンマ線観測で得られた有意度の分布。下図は銀河中心方向（水色の長方形）を拡大したものであり、青い円は既知の天体の位置である。図は [Cao et al. \(2021\)](#) より引用。

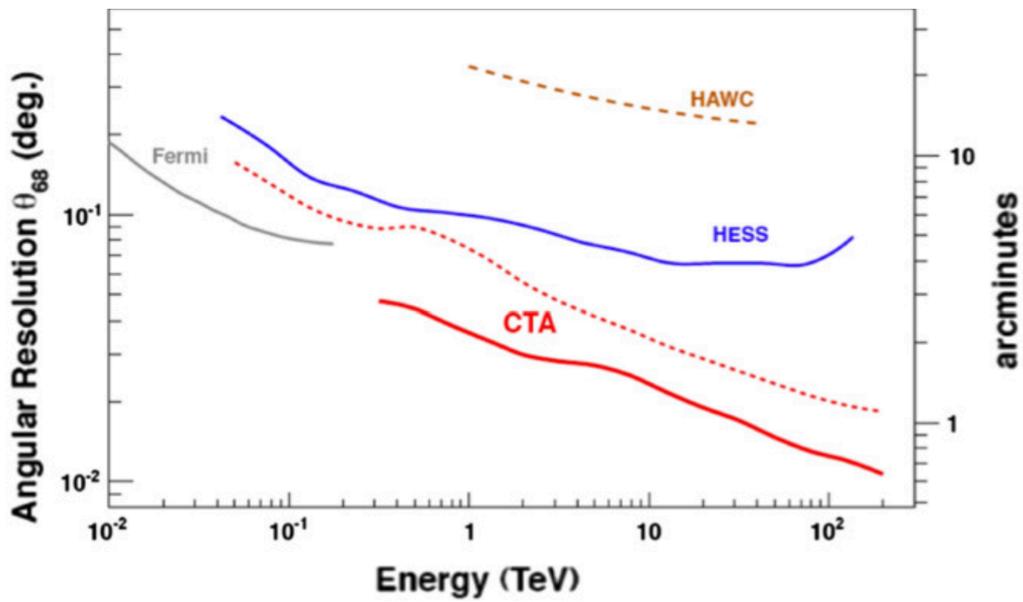


図 1.6 様々なガンマ線実験の角度分解能比較。図は [The CTA Consortium \(2013\)](#) より引用。

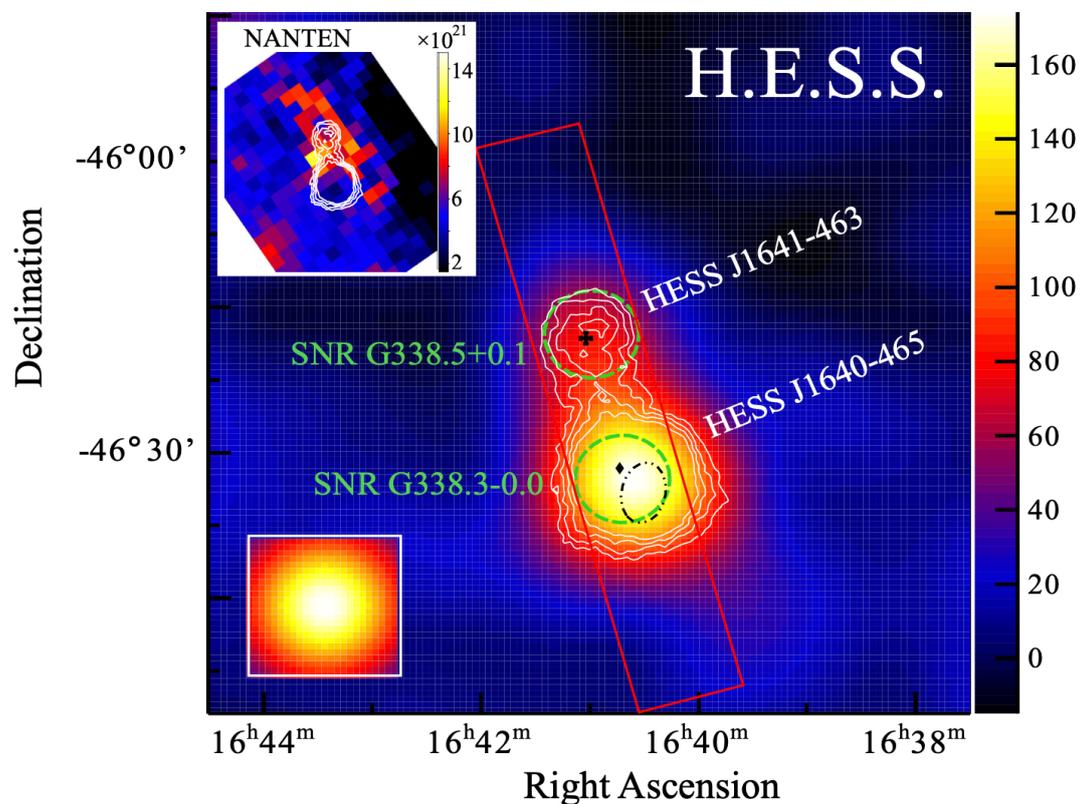


図 1.7 HESS J1641-463 と HESS J1640-465 を空間的に分離観測したガンマ線のカウントマップ。白等高線は点源を仮定した場合の  $5\sigma$  以上の有意度の空間分布を示す。左下の枠内は H.E.S.S. の PSF。黒ダイヤモンドがパルサー PSR J1640-4631 の位置、緑円は二つの超新星残骸の位置を、黒十字は HESS J1641-463 の位置を示す。図は [Abramowski et al. \(2014\)](#) より引用。

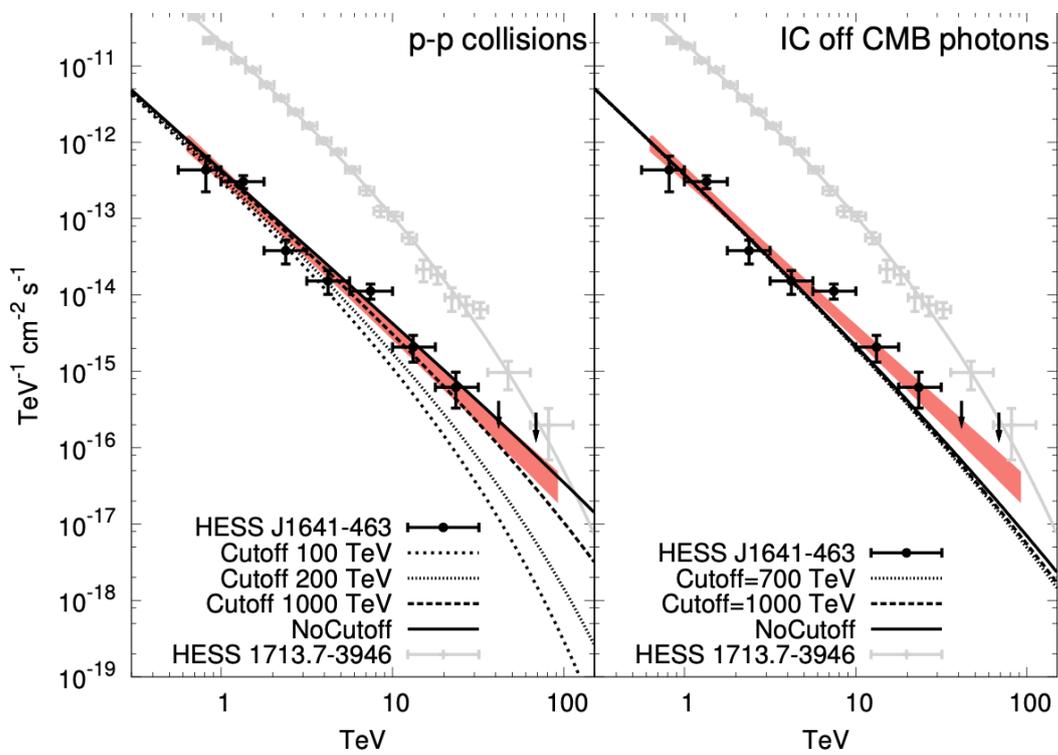


図 1.8 (左) HESS J1641-463 のエネルギースペクトルと陽子起源を仮定したスペクトルモデルの比較。(右) 同様に電子起源のスペクトルモデルと比較したもの。図は [Abramowski et al. \(2014\)](#) より引用。

## 第 2 章

# Cherenkov Telescope Array (CTA)

### 2.1 CTA の設計

Cherenkov Telescope Array (CTA) は 2020 年代完成予定の次世代の地上ガンマ線望遠鏡計画である。高エネルギー天体からのガンマ線は地球大気中で空気シャワーを引き起こし、その中で生じる電子・陽電子が大気チェレンコフ光を放射する。CTA ではこのチェレンコフ光を観測し、元のガンマ線の到来方向とエネルギーを測定する北サイトと南サイト合わせて、CTA では 128 台の望遠鏡が建てられる予定であり、北天・南天を合わせた全天を観測する。

現行の地上ガンマ線望遠鏡である H.E.S.S.、MAGIC および VERITAS のエネルギー帯域に、CTA の低エネルギーの観測下限は 20 GeV まで、また高エネルギー領域は 300 TeV まで広がる。エネルギーの低い 20~100 GeV の帯域では地上におけるチェレンコフ光子の密度が相対的に低いため、望遠鏡の主鏡面積を大きくすることで集光力を高める。一方で、10~300 TeV の帯域ではチェレンコフ光子密度が高いものはガンマ線到来頻度が低いため、多数の小型望遠鏡を広範囲に設置することで CTA 全体の有効面積を大きくする。

CTA はガンマ線の観測エネルギー帯域ごとに主鏡直径の異なる 3 つの望遠鏡を使用する。低エネルギー側から順に主鏡直径 23 m の大口径望遠鏡 (Large-Sized Telescope, LST)、11.5 m の中口径望遠鏡 (Medium-Sized Telescope, MST)、4.3 m の小口径望遠鏡 (Small-Sized Telescope, SST) である。LST は約 20 GeV から 3 TeV の低エネルギー帯域で観測を担う。同様に MST は 80 GeV から 50 TeV まで 25 台の望遠鏡で観測し、小口径望遠鏡は 1 TeV から 300 TeV までを 70 台の望遠鏡で観測し数平方 km の有効面積を持つ第 1 章で述べたように PeVatron 探索では数十 TeV から数百 TeV までのガンマ線を観測する必要があるため、CTA の中では小口径望遠鏡が主導的役割を果たす予定である。小口径望遠鏡は南半球にのみ建設される予定であるため、銀河中心や多数の超新星残骸を含む銀河面を 300 TeV まで観測し、PeVatron 探索で新しい観測結果をもたらすと期待されている。図 2.1 は CTA の南サイトに大口径望遠鏡 4 台、中口径望遠鏡 25 台、小口径望遠鏡 70 台を設置した完成想像図である。

### 2.2 解像型大気チェレンコフ望遠鏡のガンマ線到来方向決定

解像型大気チェレンコフ望遠鏡 (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope, IACT) は大気チェレンコフ光を望遠鏡を用いて撮像し、地上でガンマ線を観測する手法である。現行運用されている主要な IACT には H.E.S.S.、MAGIC、VERITAS があり、現在建設中の CTA もその技術でガンマ線を観測する。IACT を説明するために、ガンマ線が生じる空気シャワー現象からまず説明する。

天体からのガンマ線が地球大気に入射すると、大気中の原子核の持つクーロン場とガンマ線が電磁相互作用し電子と陽電子が対生成される。この電子・陽電子対は他の原子核のクーロン場によって制動放射を起こし、さらにガンマ線を放射する。図 2.2 に模式的に表すように、地球大気中ではこの電子対生成と制動放射が繰り返されること

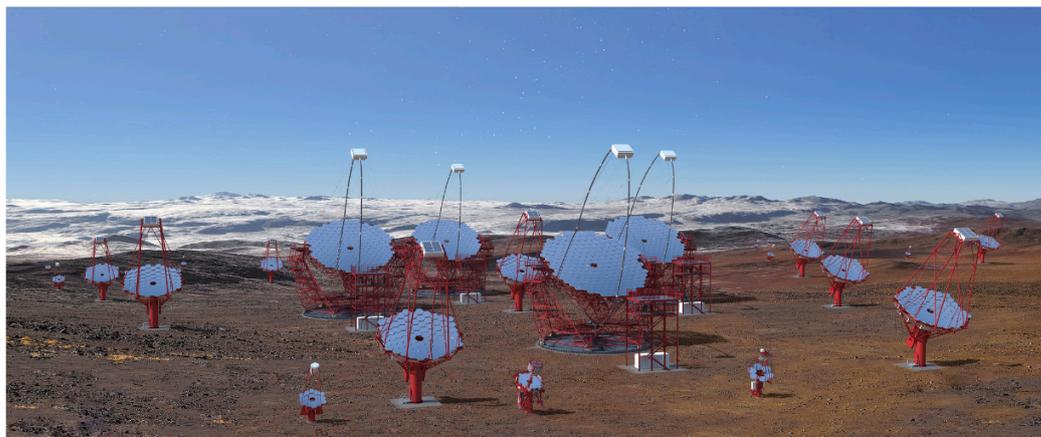


図 2.1 南半球サイトの CTA 完成想像図。画像提供 : Gabriel Pérez Diaz (IAC)。

によって、元の入射ガンマ線は空気シャワー現象を引き起こし、大量の電子と陽電子を発生させる。

空気シャワー中の荷電粒子は相対論的エネルギーを持つため媒質中（大気中）の光速よりも速く進む。その結果、電子と陽電子からチェレンコフ光（大気チェレンコフ光）が放射され、その放射方向は元のガンマ線進行方向、すなわち空気シャワーの発達方向（シャワー軸）にほぼ沿っている。チェレンコフ光は媒質の屈折率に応じて荷電粒子の進行方向とある一定の開き角を持って放射されるため、空気シャワーのように大気中の現象では、このチェレンコフ放射はシャワー軸に対して約 1 度広がった円錐状となる。TeV 領域のエネルギーのガンマ線はおよそ地上 10 km の高さで空気シャワーを生じるため、図 2.3 に示すように、地上ではおよそ 120 m 程度の半径を持った円盤状の光子の集まりとして観測される。

IAC ではこのチェレンコフ光を鏡を用いて集光し、望遠鏡焦点面に並べた光検出器（主に光電子増倍管が使用される）で検出することで図 2.4 のように入射角の 2 次元分布として撮像する。光電子増倍管ではこのチェレンコフ光を光電変換と電子増倍によって検出するため、焦点面で検出された光子を 1 光電子ずつとして計数することができる。

この得られたチェレンコフ光像に対し後述する 2 次元の主成分分析（principal component analysis、PCA）を用いて図 2.4 に示すようにシャワー像の軸を決定することにより、カメラ視野中のどの方向にガンマ線天体（ガンマ線の到来方向）が存在するかを推定する。このようなシャワー像を複数台の望遠鏡で同時に撮像することにより、図 2.5 のように複数の軸の交点を求め、個々のガンマ線の到来方向を決定することができる。

## 2.3 CTA におけるガンマ線の到来方向決定と精度向上の要点

### 2.3.1 CTA におけるガンマ線の到来方向決定

CTA で現在開発されているチェレンコフ像の解析手法では、ガンマ線の到来方向を決めるシャワー像の軸を求めるとき、従来の IACT と同様に PCA が用いられる。光電子増倍管の各画素は検出した光電子数が出力として取り出されるため、PCA ではこの情報を用いてチェレンコフ像の重心（center of gravity、COG）を求め、また COG を通り、かつ図 2.6 に示すように光電子の分布との距離の 2 乗和  $\sum |l_i|^2$  が最小になるような直線を決定し、これをシャワー像の軸と定める。このとき、シャワー軸とカメラの横軸のなす角度を  $\psi$  とする。

各望遠鏡で得られたそれぞれの像でシャワー軸を決定した後、これらの交点を求めてガンマ線の到来方向を決定する。このとき、3 つ以上のシャワーが観測された場合は、複数の交点が生じるため、チェレンコフ像の光電子量、像の軸同士がなす角度、および像の幅を用いてこれら交点に重み  $W_{ij}$  をつける。ここで  $i$  と  $j$  は望遠鏡の番号であ

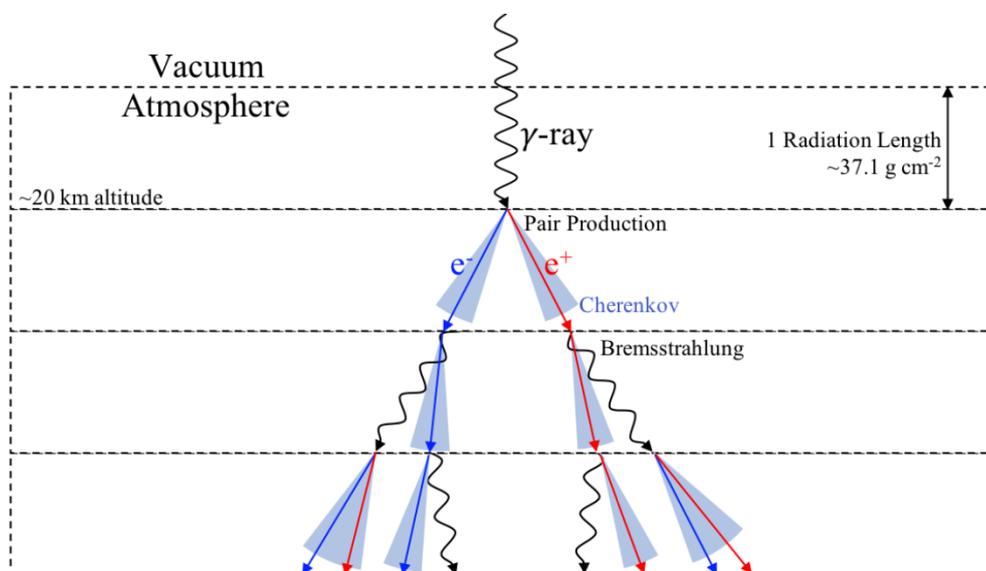


図 2.2 ガンマ線で作られた空気シャワー。図は [Watson \(2018\)](#) より引用。

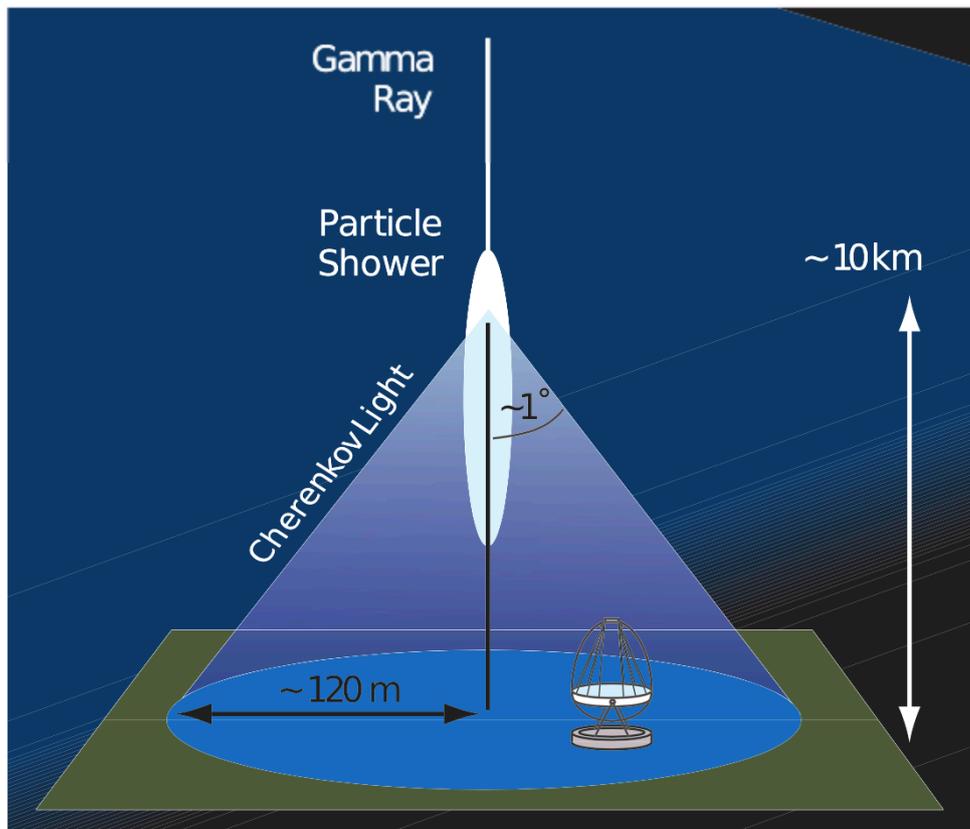


図 2.3 空気シャワーから生じるチェレンコフ光と光子プール。図は [de Naurois and Mazin \(2015\)](#) より引用。

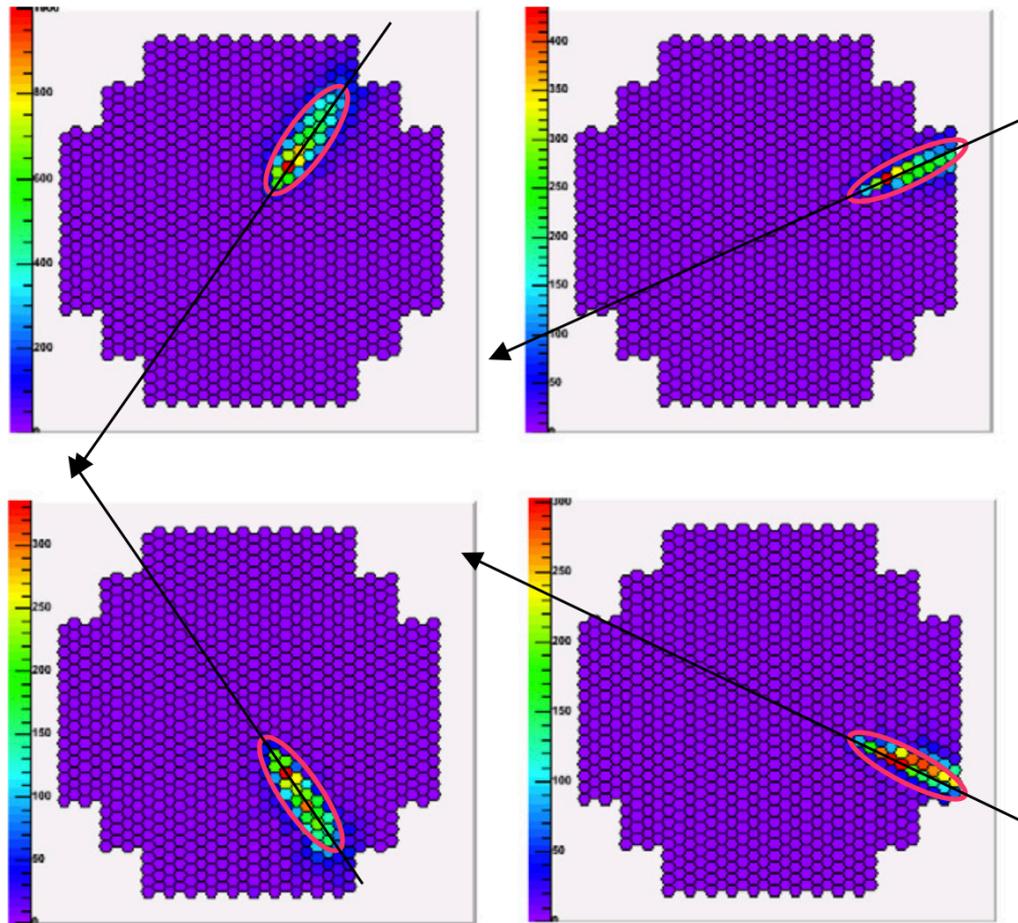


図 2.4 同一のガンマ線空気シャワー事象を 4 台の異なる位置に置かれた望遠鏡で観測した場合の、それぞれのチェレンコフ像とその軸。図は de Naurois and Mazin (2015) より引用。黒い矢印がチェレンコフの像の軸。個々の 6 角形は光電子増倍管に対応し、色が検出光電子数を表す。

る。  $W_{ij}$  は  $W_{ij} = A^2 \sin^2(\psi_i - \psi_j) \delta_i^2 \delta_j^2$  定義され、  $A = \frac{A_i A_j}{A_i + A_j}$ 、  $A_i$  である。またここで  $\psi_i$ 、  $\delta_i$  はそれぞれ  $i$  番目のチェレンコフ像の総光電子量、軸のなす角度、  $1 - \text{width} / \text{length}$  である Bernlöhr et al. (2013)。  $\text{width}$  は像の軸に垂直な方向での軸を中心とした光電子の分布の標準偏差であり、  $\text{length}$  は軸と平行な方向の COG を中心とした光電子分布の標準偏差である。この重みづけが様々な実験から、角度分解能と、エネルギー分解能の最大の性能を出すからである Bernlöhr et al. (2013)。

### 2.3.2 CTA の角度分解能向上の要点

前述したように H.E.S.S. は角度分解能を向上することによって、source confusion 問題を解決し、PeVatron の候補を発見した。現在、このような source confusion の問題はまだ残っており、CTA で多数のガンマ線天体が新たに発見されるにつれ、将来もっと厳しい source confusion が PeVatron 探査で発見される可能性がある。したがって 角度分解能を高めるのは今後の PeVatron 探査に不可欠である。

CTA の小口径望遠鏡は PeVatron 探索のエネルギー帯域である数十 TeV から数百 TeV で、他のガンマ線観測実験に比べて最も良い角度分解能を持つ予定である。しかし、CTA の小口径の角度分解能で source confusion 問題を完全に解決できるとは限らない。図 2.7 は CTA の観測エネルギー帯域である 20 GeV–300 TeV での銀河面に対

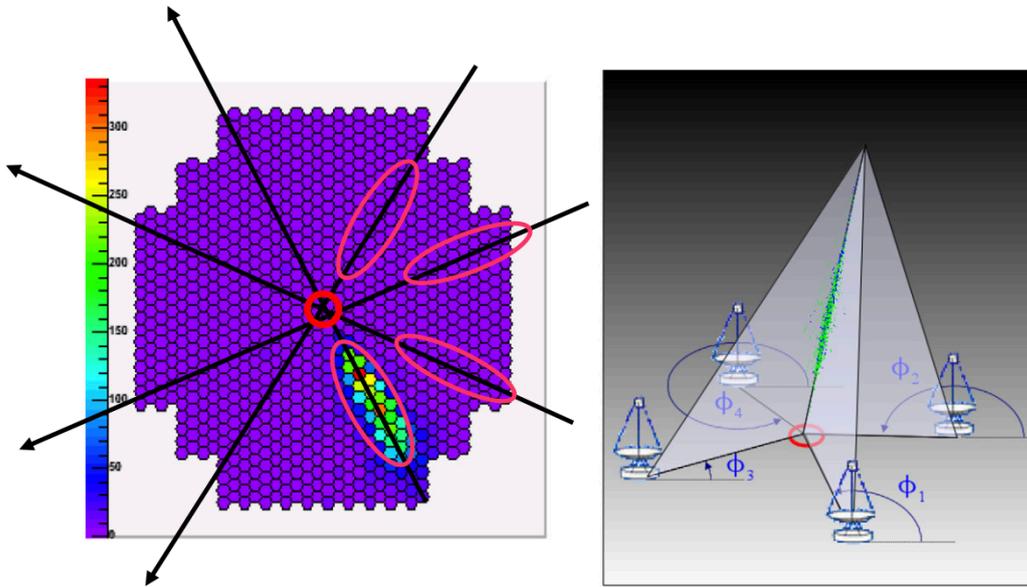


図 2.5 個々のチェレンコフの像を重なり合せて、交点を求めて、交点はガンマ線の到来方向を表す。図は de Naurois and Mazin (2015)より引用。

### PCA(Principal Component Analysis)

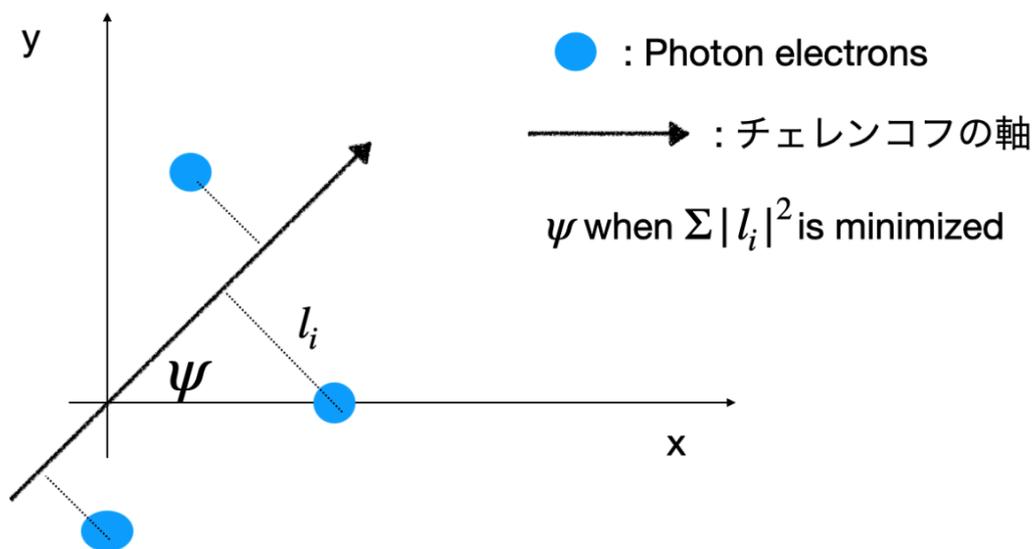


図 2.6 PCA でチェレンコフの像の軸の求め方。

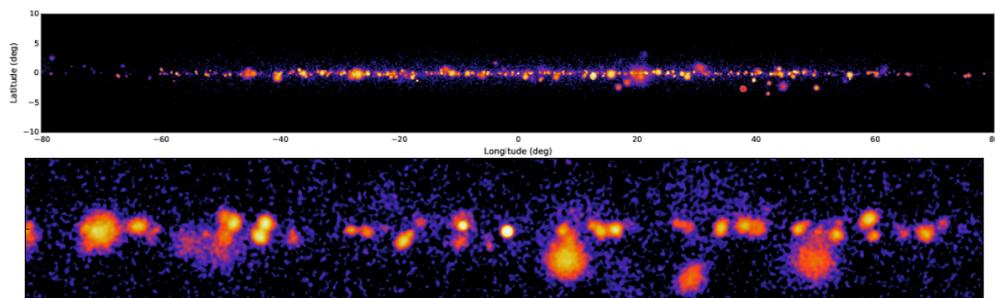


図 2.7 CTA の観測エネルギー帯域である 20 GeV–300 TeV での CTA で期待される銀河面探査のシミュレーション結果。図は CTA より引用。

してシミュレーションした図である。銀河座標系で銀経が  $|l| < 30^\circ$  の領域では 1 平方度当たり平均的に 3~4 天体が CTA で発見される可能性があるからである。



## 第 3 章

# 最尤法を用いたガンマ線方向決定精度の向上 検証

### 3.1 最尤法導入の必要性

前述したように、PeVatron 探索で直面している一つの問題である source confusion 問題を解決するためには数十 TeV– 数百 TeV のガンマ線の角度分解能を高めることが重要である。しかし、数十 TeV– 数百 TeV のガンマ線に対しては、ガンマ線のエネルギーが高くなるにつれそのガンマ線から生じる空気シャワーが長くなるのでガンマ線のエネルギーが高ければ高いほど、望遠鏡の視野角を越えるはみ出しの像が得られる可能性が高い。

そこで、私は共同研究者が開発した CTA モンテカルロシミュレーションを用いて、視野角直径 8 度の小口径望遠鏡で検出されるチェレンコフ像を確認した。CTA モンテカルロシミュレーションは、CORSIKA と Simtelarray で構成される。CORSIKA は空気シャワーと空気シャワーによるチェレンコフ光放射をシミュレーションするプログラムである。Simtelarray では、CORSIKA が生成したチェレンコフ光が小口径望遠鏡の鏡で集光され、半導体光電子増倍素子 (Silicon Photomultiplier, SiPM) が 2048 個並列に並んでいる焦点面に結像し、電気信号として記録される過程をシミュレートする。図 3.1 がシミュレーションされた小口径望遠鏡で記録したチェレンコフ像の例である。

現在 CTA では、はみ出しの度合いを示すパラメータとして Edge ratio とは図 3.2 に示すように (視野の橋の画素で検出したチェレンコフ信号量の和)/(視野内のチェレンコフ信号量の総和)を採用している。図 3.1(b) は、あるガンマ線チェレンコフの像が CTA 小口径望遠鏡の視野外にはみ出ている場合を示す。今後そのような像をはみ出しの像と呼ぶ。

たとえば、図 3.1(a) はガンマ線チェレンコフ像が小口径望遠鏡焦点面の端まで存在しないので Edge ratio = 0% である。一方、図 3.1(b) に示すように焦点面の端まで存在する場合には観測した全光電子量 175 に対して、橋の画素で観測した光電子量の和は 49 となるため、Edge ratio は、 $49/175=28\%$  となる (図 3.2 参照)。ガンマ線のエネルギーごとにはみ出しのない像の割合を調べた結果、図 3.3 に示すように、ガンマ線のエネルギーが 10 TeV 以上では、Edge ratio が 0% である像およそ 0% であった。100 TeV 以上では、全ての例ではみ出しがあった。したがって、PeVatron の探索に関わるエネルギー帯域である数十 TeV から数百 TeV までにはみ出しのあるガンマ線チェレンコフ像が支配的であることがわかった。

しかし、はみ出しのあるガンマ線のチェレンコフ像は、角度分解能の悪化をもたらす可能性が高い。その理由は、現行 CTA ではガンマ線の到来方向を表すチェレンコフ像の軸を計算するとき、2次元の主成分分析 (principal component analysis, PCA) を用いるが、PCA でははみ出しの効果を軸の計算に適切に反映させる方法がないからである。

その問題点を解決するためには、はみ出しの効果を軸の計算に反映できる最尤法を PCA の代わりに最尤法を導

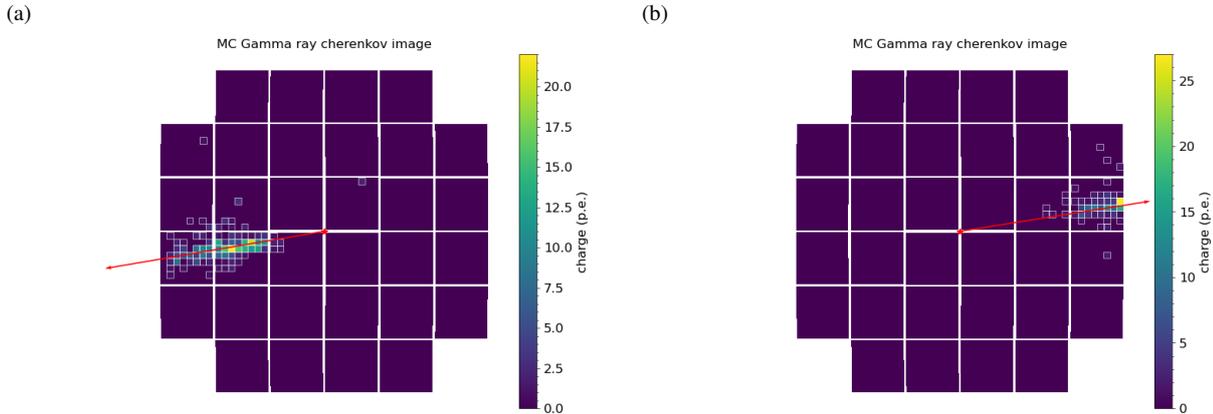


図 3.1 CTA 小口径望遠鏡で見たガンマ線チェレンコフ像の例。赤い矢印は真のガンマ線到来方向の軸である。色は検出光電子数を表す。白四角は光電子が一個以上観測した光検出器の位置を表す。白い線は光検出器がない空間を表す。ヒットマップはその像のチェレンコフ光電子である。(a) 約 13 TeV のモンテカルロシミュレーションチェレンコフガンマ線の像で Edge ratio = 0%。(b) 約 130 TeV のその像で Edge ratio は約 28% である。

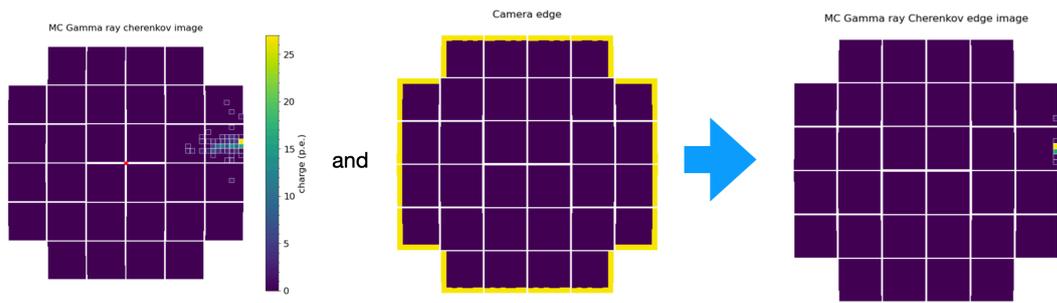


図 3.2 Edge ratio の概念図である。pe は光電子であり、左の図ははみ出しのガンマ線チェレンコフの像で光電子量は 175 pe である。真ん中の図はカメラの edge の部分を表す。右の図は Edge とその像の重なった像のみ表している。その光電子量は 49 pe である。したがって、Edge ratio は  $49 \text{ pe} / 175 \text{ pe} = 28\%$  である。

入した。最尤法は最尤法の式を最大にして最尤法の式の中になるモデルパラメータを決定する手法である。前述した CTA 小口径望遠鏡のカメラで得られたガンマ線チェレンコフ像に対して 2 次元ガウスモデルを仮定して像を補完する。

最尤法の式

$$\prod_j \text{Poisson}(k_j; \lambda_j = \text{observed pe} \times G_N(\vec{X}; \Theta))$$

となり、Poisson はポアソン分布であり、 $j$  はピクセル番号で、 $k_j$  はピクセルごとに観測した光電子の数、observed pe は観測した総光電子量である。 $G_N(\vec{X}; \Theta)$  は視野内の積分が 1 になるように規格化された 2 次元ガウス関数で、 $\vec{X}$  はカメラ座標系でピクセルの x 軸と y 軸の位置で、 $\Theta$  は最尤法でフィットするパラメータである。そこで重要なことは  $G_N$  は視野内で規格化されているため、はみ出しの効果を適切に反映できる点にある。その結果、はみ出しの効果を適切に反映することになる。 $\lambda_j$  は各ピクセルで期待される平均光電子量である。

また、最尤法の利点の一つに、はみ出しを含めたシャワー全体の信号の総量を推定できることにある。そのため、Edge ratio と比較してより正確にはみ出しの度合いを推定でき、そのチェレンコフ像の採否を適切に判断しやすくなると期待できる。

さらに、前に述べたように現行の CTA では、3 つ以上のチェレンコフ像でガンマ線天体の位置を推定するとき、

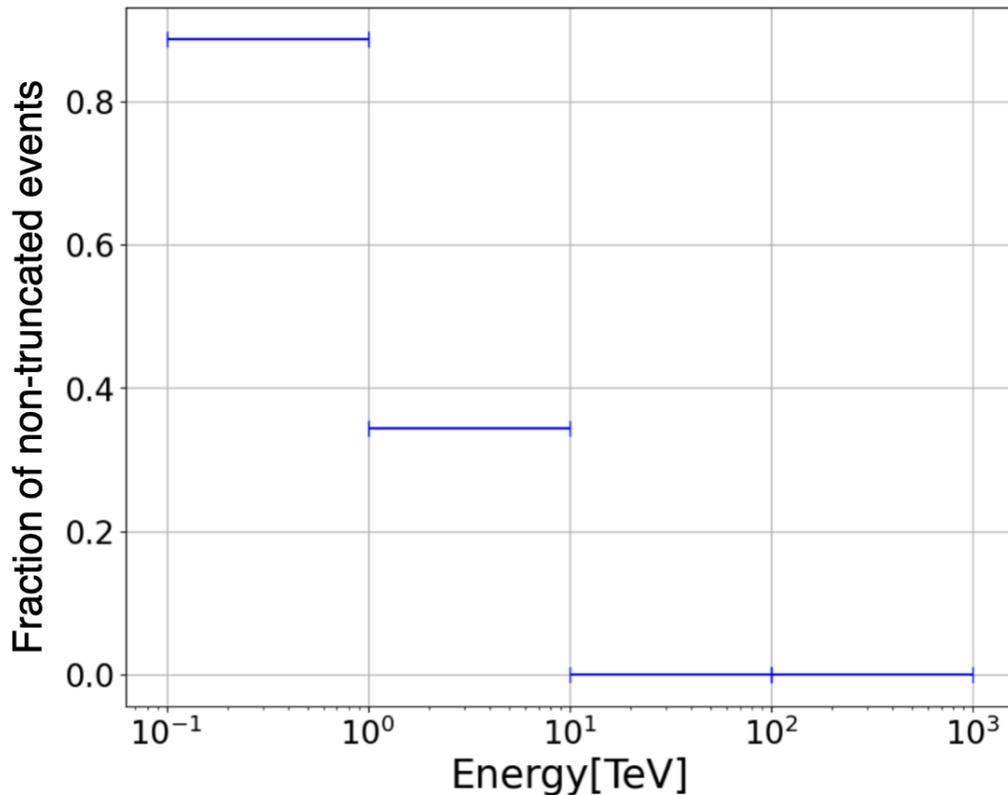


図 3.3 ガンマ線のエネルギーごとにはみ出しのないガンマ線の像の割合

ガンマ線チェレンコフの光電子量を重み付けに使用している。しかし、現行の手法では、はみ出しの効果を重みに一切反映させていないため、ガンマ線天体の位置決定精度は悪化する。最尤法では、軸の角度精度を直接推定できるため、現行の経験的な重みに頼ることなく、数学的に適切な方法でガンマ線天体の位置を推定できる。

最尤法の採用することによる軸決定精度の向上とその推定誤差の妥当性を以下の手順で検証する。1. 最尤法で使用する画像のモデルである 2 次元ガウス分布の画像シミュレーションのデータを用いて、はみ出し影響を評価する。2. 最尤法で使用する画像のモデルとは必ずしも一致しない実際のガンマ線像に近いシミュレーションのデータを用いて、はみ出し影響を評価する。3. ガンマ線シミュレーションに適用した場合の軸決定精度やその推定誤差の観点で、最尤法のモデルを最適化する。本論文では、最初の 2 段階のみ実施した。

## 3.2 最尤法による軸決定精度の向上と推定誤差の検証

### 3.2.1 トイモンテカルロシミュレーションの概略

最尤法のモデルと画像が一致する場合の、最尤法の角度決定精度、その誤差の推定精度などを検証するため、最尤法で確率密度関数に使用している 2 次元ガウス分布に従う画像をランダムな角度と位置で作成する。観測する信号の平均値は一定になるが、個々の画像の信号量はポアソン分布でばらつく。このシミュレーションでは、ガンマ線シャワーやチェレンコフ光の生成、検出器の応答は省略するため、トイモンテカルロシミュレーションと呼ぶ。図中の Center Of Gravity (COG) は、チェレンコフ像の信号の重心、length は像の長軸方向の標準偏差、width は単軸方向の標準偏差、 $\psi$  は長軸の x 軸からの角度である。光電子量は平均が 500 pe のポアソン分布にしたがっている。ここで pe は光電子である。

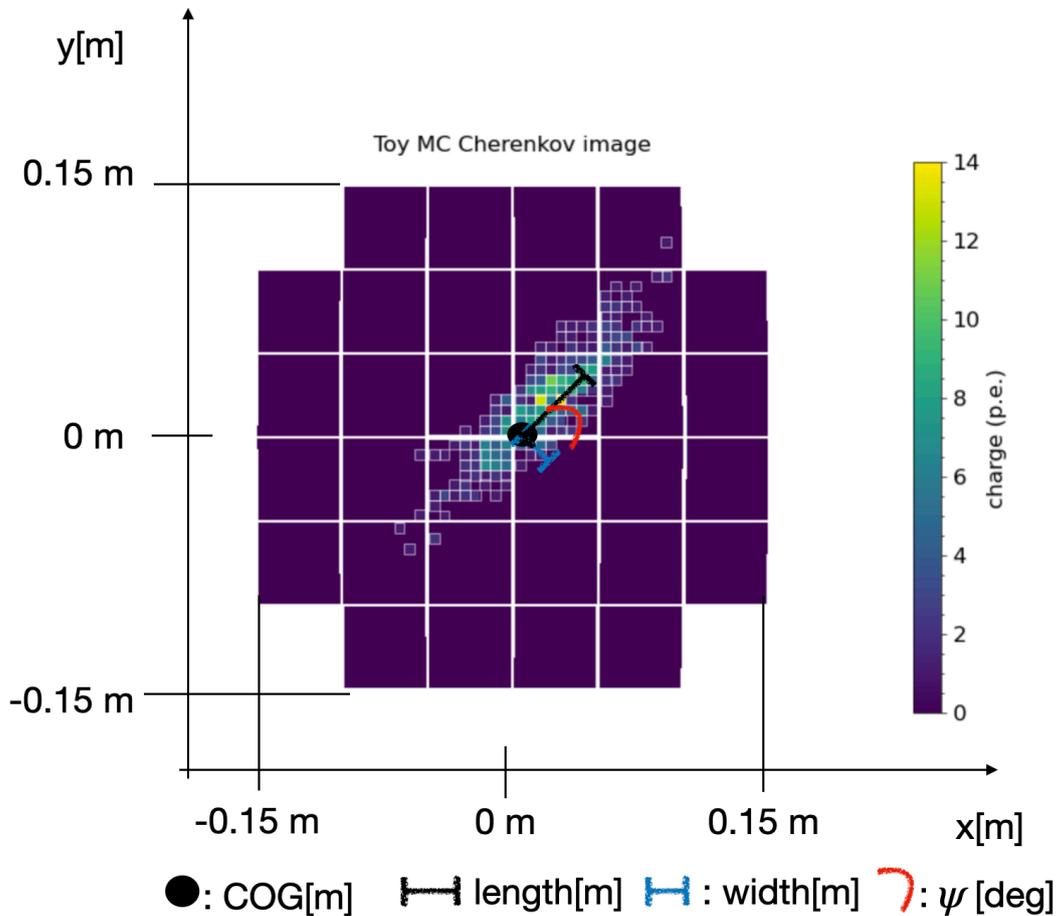


図 3.4 二次元ガウス分布モデルに従うトイモンテカルロチェレンコフの像の例。カメラのフレームは x 軸 y 軸  $\pm 0.15$  m である。

トイモンテカルロシミュレーションでは、カメラの視野外まで考慮して、COG の x 軸である  $COG_x$  を  $-0.2$  m から  $0.2$  m まで、COG の y 軸である  $COG_y$  も  $-0.2$  m から  $0.2$  m までの  $\psi$  も  $-90$  度から  $90$  度の範囲内で均一な乱数で設定して、様々な位置、方向のはみ出しを含む画像を生成した。width/length は  $0.25$  で比較的長細い像であるが、これは高エネルギーガンマ線でチェレンコフ像が長くなることを考慮している。

また、光電子量  $500$  は、平均して  $5$  TeV のガンマ線に対応する。図 3.5 は乱数を振って得られたはみ出しのトイモンテカルロチェレンコフの像の例である。

### 3.2.2 最尤法によるはみ出し度合いの推定

現行の CTA で用いられるはみ出しの度合いを示すパラメータである Edge ratio はあくまでも観測された信号の Edge 部分のチェレンコフの光電子量を表している。はみ出しの度合いとある程度相関はするが、はみ出しの割合を正確に推定することは原理的に困難である。一方、最尤法では、信号の総量を推定できたため、観測された信号量との差からはみ出し部分の信号量や割合を計算できる。その有効性を確認するため、最尤法で推定したはみ出し度合いや Edge ratio を真のはみ出し度合いと比較した。トイモンテカルロシミュレーションでは、生成した画像の信号量ははみ出し部分も含めてわかっているため、真のはみ出し度合いは容易に計算可能である。

図 3.6 は Edge ratio と真の割合の相関を示す。Edge ratio は  $(\text{True total pe} - \text{Observed pe}) / \text{True total pe}$  であ

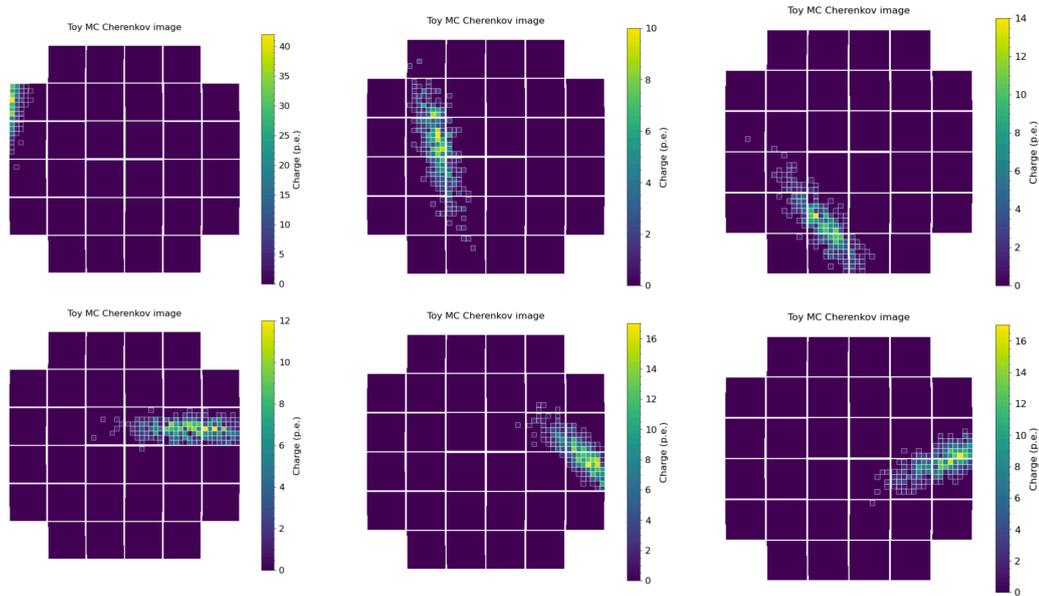


図 3.5 はみ出しのトイモンテカルロチェレンコフの像の例。ヒットマップはチェレンコフ光電子量を表す。

真の割合と相関はしているが、線形ではなくばらつきも大きく、分布が非対称に偏っていることがわかる。例えば、Edge ratio が 20% のとき、可能な真の割合は約 20% から 90% まで広く分布し、80% 周辺に重心がある。Edge ratio が 40% のところで真の割合は約 40% から 100% まで分布し、重心は 90% 以上にある。したがって、Edge ratio はチェレンコフ像のはみ出しの部分適切に推定するのは困難である。

最尤法でチェレンコフ像のはみ出し部分も含む総光電子量の推定値を Est total pe、観測した総光電子量を observed pe と表す。そうすると  $(\text{Est total pe} - \text{observed pe}) / (\text{Est total pe})$  は、最尤法で推定したはみ出し部分の割合の推定値となる。図 3.7 に最尤法で推定したはみ出し部分の割合と真の割合の相関を示す。最尤法で推定した割合は、線形性もよく、Edge ratio よりばらつきも小さく、大きな非対称性も見られないことから、はみ出し度合いを推定するパラメータとして適切であることがわかる。

### 3.2.3 チェレンコフ像の軸決定精度の比較検証

前述の方法で  $10^4$  個のトイモンテカルロシミュレーションの画像を生成した場合、図 3.8 に示すように、真のはみ出しの割合が 0% から 100% まで 10% 刻みで分けてみると、画像の数はそれぞれ 500 以上得られることがわかる。

チェレンコフ像の軸の決定精度は、PCA または最尤法で推定した  $\psi_{\text{fit}}$  と真の値である  $\psi_{\text{true}}$  の差  $\Delta\psi = \psi_{\text{fit}} - \psi_{\text{true}}$  で評価する。図 3.9 にはみ出しの割合が 10% から 20% までの場合と 90% 以上の場合の  $\Delta\psi$  を示す。最尤法の  $\Delta\psi$  分布はどちらの場合でも、ガウス分布状になるが、PCA の  $\Delta\psi$  分布は、はみ出しの割合が 90% 以上の場合ガウス分布上にならないことがわかる。

図 3.10 は、 $\Delta\psi$  の平均値  $\langle \Delta\psi \rangle$  のはみ出し度合いに対する依存性である。 $\Delta\psi$  を適切に計算できている場合は、その平均値  $\langle \Delta\psi \rangle$  は誤差の範囲内で 0 と整合する必要があるが、図 3.10 ではすべてのはみ出しの割合の場合で  $2\sigma$  以内で整合しており、チェレンコフ像の軸がバイアスなく計算できていることが検証できた。 $\Delta\psi$  に大きな外れ値があると、平均値や標準偏差計算に大きな影響を与えて、指標がずれてしまう可能性がある。外れ値の影響を評価するため、図 3.10 では中央値から 95% 以内の平均値 (5% tail cut) と全データの平均値 (no tail cut) を比較している。結果を見る限り、外れ値によって平均値が大きく影響を受けている兆候は見られない。

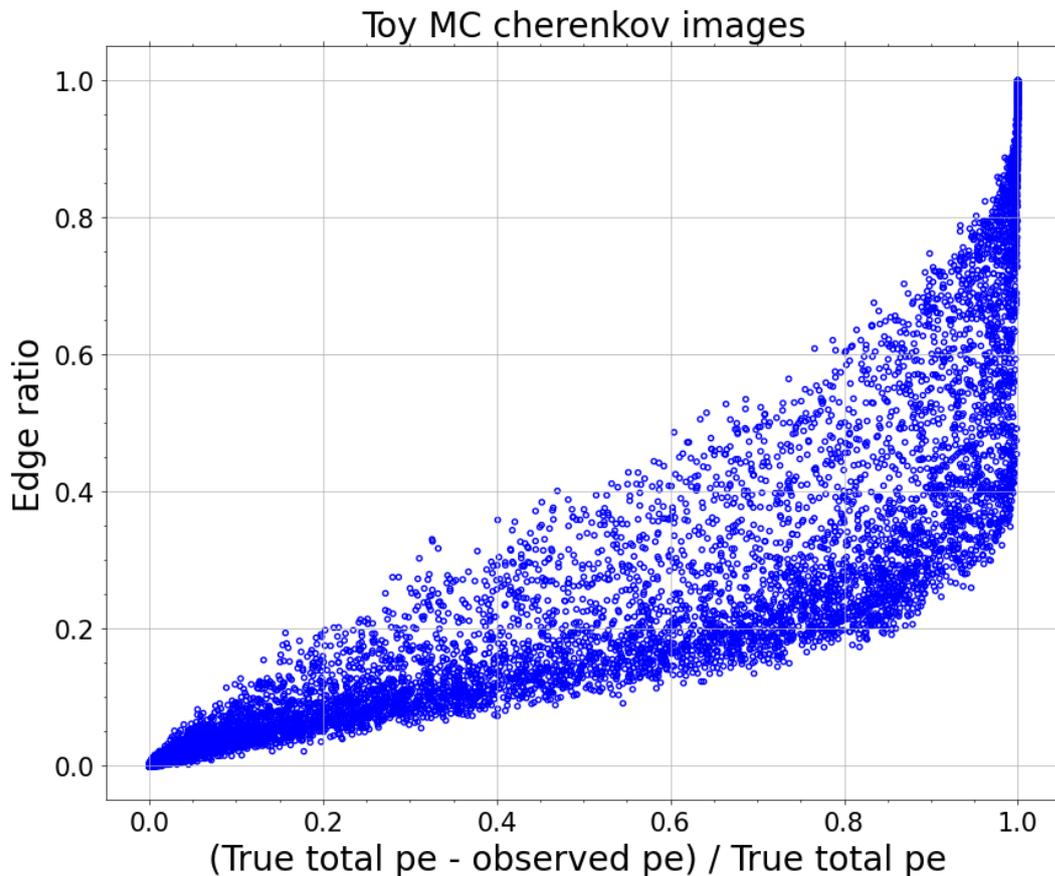


図 3.6 チェレンコフ像のはみ出しの部分割合である Edge ratio と真のはみ出しの部分割合  $((\text{True total pe} - \text{Observed pe}) / \text{True total pe})$  との比較。Edge ratio は、真の割合と相関はしているが、線形ではなくばらつきも大きく、分布が非対称に偏っている。

次に、 $\Delta\psi$  の標準偏差を検証するが、外れ値の影響を避けるため、中央値から 68% のデータを含む  $\Delta\psi$  の幅の半値  $\sigma_{68\%}$  を標準偏差とした。 $(\Delta\psi)$  分布がガウス分布の場合、 $\sigma_{68\%}$  は標準偏差と一致する。) 図 3.11 に示すように真のはみ出しの部分割合が大きくなるにつれ、PCA より最尤法の軸の決定精度がよくなることがわかった。その真のはみ出しの割合が 0% から 10% までは約 28% が改善ができ、真の割合が 10% から 20% までは約 49% が改善ができた。

### 3.2.4 最尤法のパラメータ誤差推定精度の検証

前述の通り、最尤法の利点の一つに最尤法で決定するパラメータの誤差を推定できることがある。最尤法が  $\psi$  の誤差  $\psi_{\text{error}}$  を適切に推定できるか検証するために図 3.12 に示すような  $\frac{\Delta\psi}{\psi_{\text{error}}}$  の分布を評価した。個々のチェレンコフ像に対して  $\psi_{\text{error}}$  を正しく計算できている場合、 $\frac{\Delta\psi}{\psi_{\text{error}}}$  の分布は、標準偏差が 1 のガウス分布になると期待される。3.12 は、 $\frac{\Delta\psi}{\psi_{\text{error}}}$  の  $\sigma_{68\%}$  の真のはみ出しの割合に対する依存性を示す。その結果、真のはみ出しの割合が 90% までは、 $\sigma_{68\%}$  の値は 1 と  $2\sigma$  以内で整合しており、誤差を適切に推定できていることがわかった。

したがって、チェレンコフの像が二次元ガウス分布であると仮定して最尤法のガウス分布フィットを行うと真のはみ出しの割合 90% までは誤差の推定が信頼できることがわかった。しかし、実際のガンマ線チェレンコフの像は二次元ガウス分布ではないので、その影響を評価する必要がある。次は、実際のガンマ線に近いチェレンコフ像を生成するモンテカルロシミュレーションを用いて研究を行った。

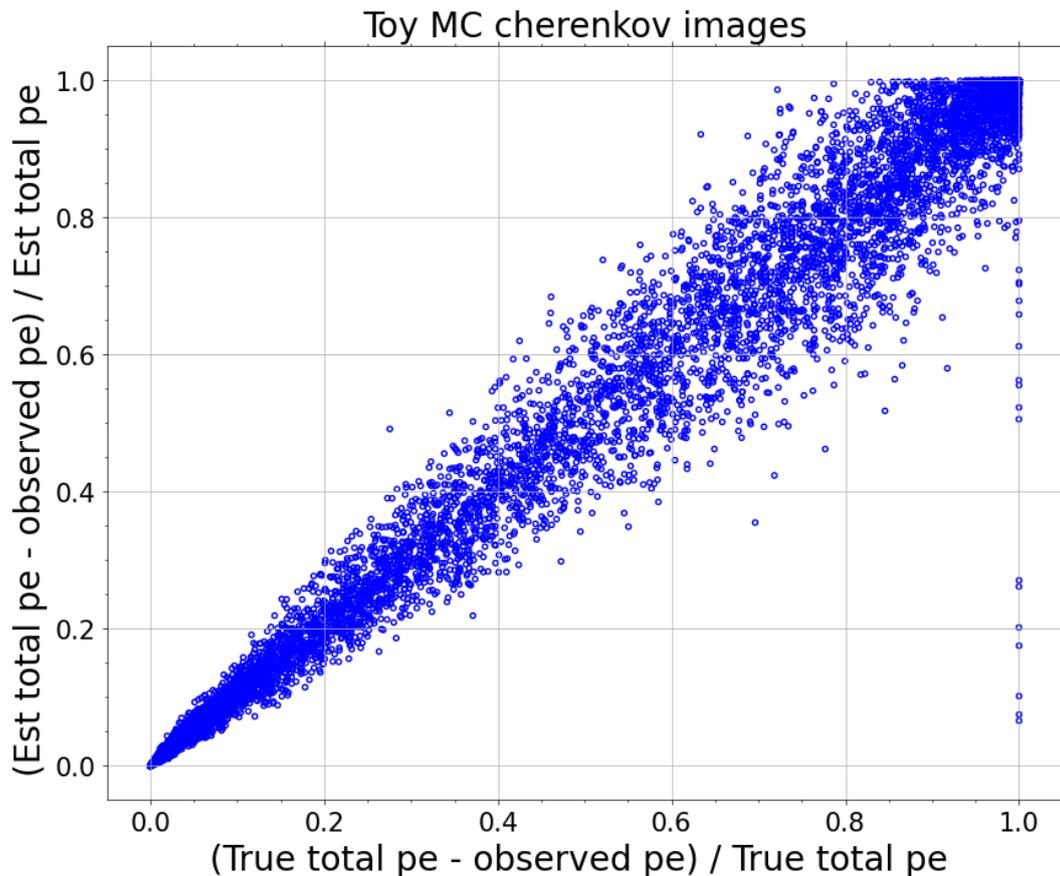


図 3.7 最尤法で推定したチェレンコフ像のはみ出し部分の割合を示す truncated fraction  $((\text{Est total pe} - \text{observed pe}) / \text{Est total pe})$  と真のその割合と比較。

### 3.3 現実に近いガンマ線のチェレンコフ像を用いた解析

#### 3.3.1 フルモンテカルロシミュレーションの概要

前述の通り、最尤法で使用するモデルと画像の分布が一致する場合は、最尤法は軸の方向を PCA より精度良く推定でき、その誤差も適切に推定できることを検証した。本章では、ガンマ線シャワーやチェレンコフ光の生成、検出器の応答をより現実に近い状態で再現するフルモンテカルロシミュレーションで生成したチェレンコフ像に、2次元ガウス分布を使用した最尤法を適用した場合の性能を検証する。フルモンテカルロシミュレーションでは、 $E^{-2}$  に比例するスペクトルでガンマ線事象を生成するため、100 TeV 周辺のガンマ線は 10 TeV 周辺のガンマ線と比較すると 1/100 の頻度でしか生成されない。そこで、エネルギーを 10–20 TeV、20–50 TeV、50–100 TeV、100 TeV の区間に分割し、それぞれの区間で  $10^4$  の事象数を生成した。図 3.13 は、それぞれのエネルギー区間におけるガンマ線スペクトルを示す。

図 3.14 は、エネルギー区間ごとの推定したはみ出しの割合を示す。エネルギーが高くなるにつれてはみ出しの割合が増加していることがわかる。

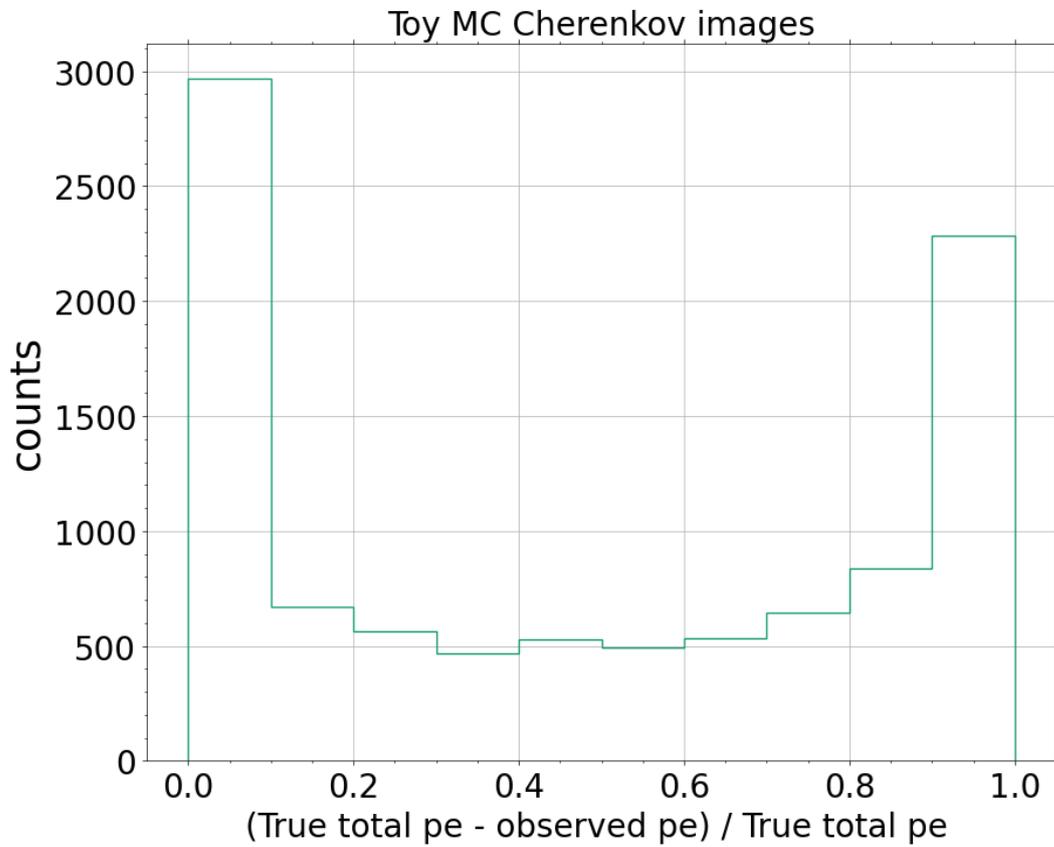


図 3.8 トイモンテカルロチェレンコフの像の真のはみ出しの部分の割合であるヒストグラム

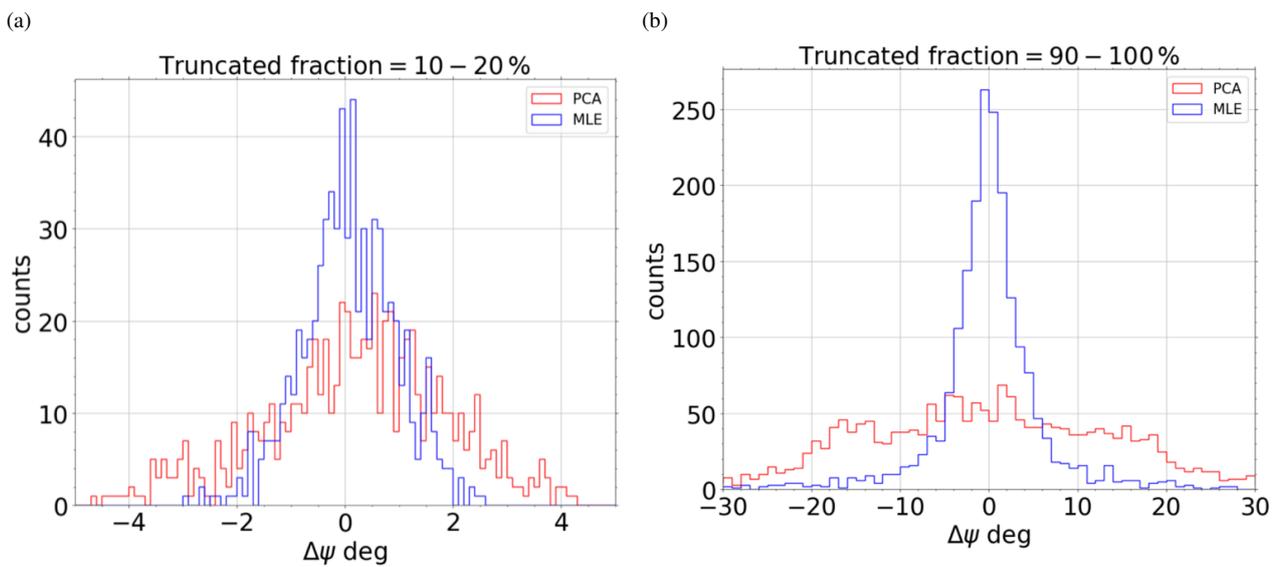


図 3.9 MLE と書いているのは最尤法の英語の略語である。トイモンテカルロシミュレーションの  $\Delta\psi$  の分布。

(a)Truncated fraction 10~20%。(b)Truncated fraction 90~100%

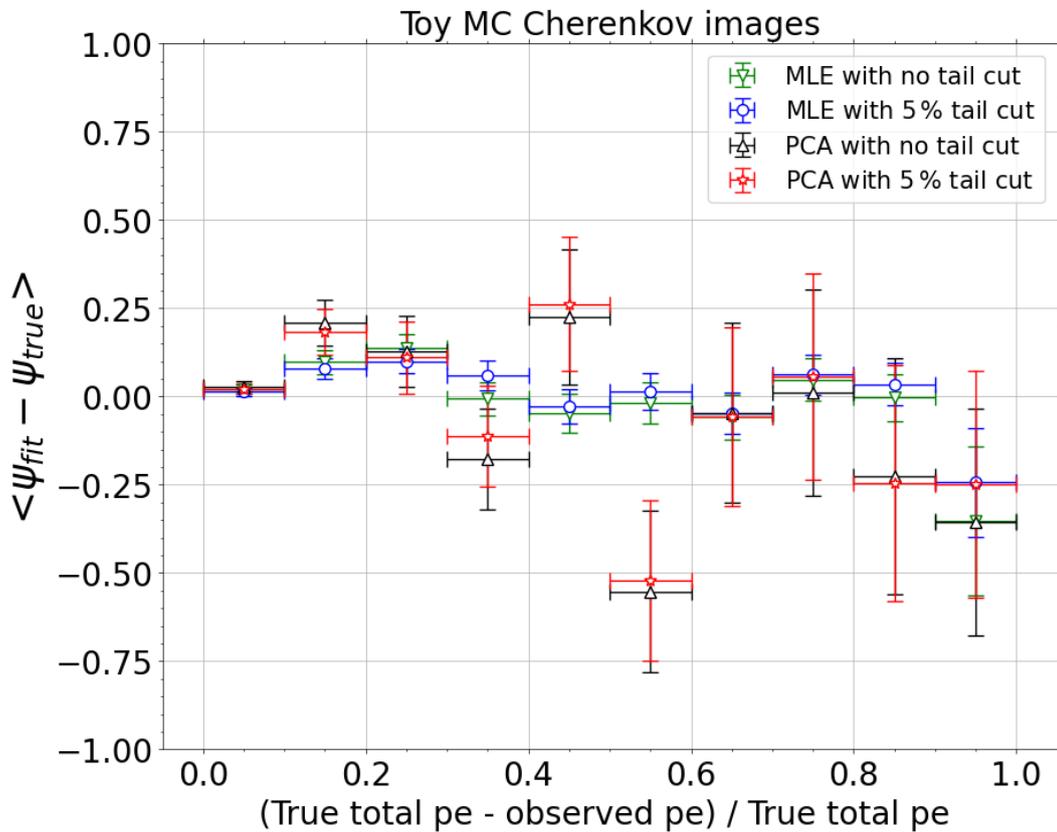


図 3.10  $\Delta\psi$  の平均値  $\langle \Delta\psi \rangle$  のはみ出し割合に対する依存性。外れ値の影響を評価するため、中央値から 95% 以内の平均値 (5% tail cut) と全データの平均値 (no tail cut) を比較している。

### 3.3.2 軸の決定精度の比較検証

フルモンテカルロデータを用いて PCA と最尤法の  $\Delta\psi$  分布の比較を確認した。図 3.16(a) はガンマ線エネルギーが 100 TeV 以上の時、はみ出し割合 10~20% で  $\Delta\psi$  分布である。最尤法の  $\sigma_{68}$  は  $2.04^\circ$  で PCA では  $2.64^\circ$  であり、PCA の  $\Delta\psi$  分布はガウス分布上であるのに対し、最尤法では台形に近い分布になることがわかった。また、図 3.16(b) はガンマ線エネルギーが 100 TeV 以上の時、はみ出し割合 90~100% で  $\Delta\psi$  分布である。最尤法の  $\sigma_{68}$  は  $10.44^\circ$  で PCA では  $9.68^\circ$  であり、はみ出し割合 10~20% の時と同様に PCA の  $\Delta\psi$  分布はガウス分布上であるのに対し、最尤法では台形に近い分布になることがわかった。その原因としては、チェレンコフ像は必ずしもガウス分布状ではないのに、最尤法でその像が 2 次元ガウス分布だと仮定してフィットを行ったからであると考えられる。

図 3.17 には、各ガンマ線エネルギーごとに、 $\langle \Delta\psi \rangle$  のはみ出しの割合に対する依存性を示す。PCA と最尤法ともすべてののはみ出しの割合の場合で  $2\sigma$  以内で整合しており、ガンマ線チェレンコフ像の軸がバイアスなく計算できていることが検証できた。また、フルモンテカルロシミュレーションの場合も外れ値による影響は殆どないようである。

フルモンテカルロでの像の軸の決定精度を確認すると、図 3.18(a) である 10-20TeV では最尤法の優位性は明確ではないことに対して図 3.18(b) の 20 TeV 以上から 50 TeV ではみ出しの割合が 0.1 以上の場合は、軸の決定精度がおおよそ 20% 良くなることわかった。図 3.18(c) と 3.18(d) から見ると、エネルギーが 20 TeV 以上から 50 TeV と同様にはみ出しの割合が 0.1 以上の場合は軸の決定精度が約 20% 良くなることわかった。しかし、はみ出し

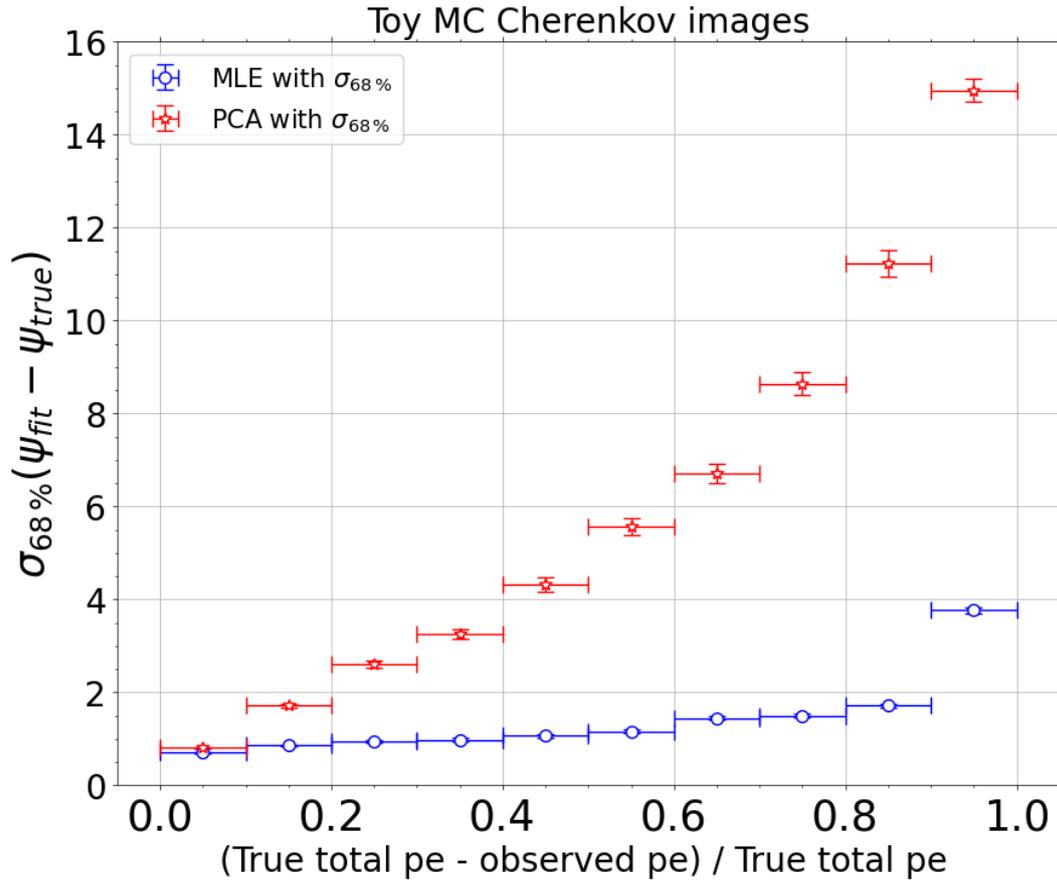


図 3.11  $\Delta\psi$  の標準偏差  $\sigma_{68\%}$  の真のはみ出しの割合に対する依存性

の割合が 0.9 を超えると、その優位性が逆転することもわかった。

### 3.3.3 軸の誤差信頼性

3.2.3 節で Toy モンテカルロシミュレーションのチェレンコフ像の場合は、はみ出しの割合が 90% まで最尤法で求めたその像の軸の誤差が信頼できることがわかった。しかし、図 3.19 に示すように、フルモンテカルロガンマ線チェレンコフ像では、はみ出しの割合に関わらずフルモンテカルロシミュレーションのガンマ線チェレンコフ像の形状は、最尤法で採用した 2 次元ガウス分布と一致していないことが原因のため、 $\frac{\Delta\psi}{\psi_{error}}$  の  $\sigma_{68\%}$  が  $2\sigma$  以上となり、 $\psi$  の誤差を正しく推定できていないことがわかった。

今後、ガンマ線チェレンコフ像により適切なモデルで最尤法フィットを行うことによって、 $\Delta\psi$  の系統誤差が低減できると期待される。

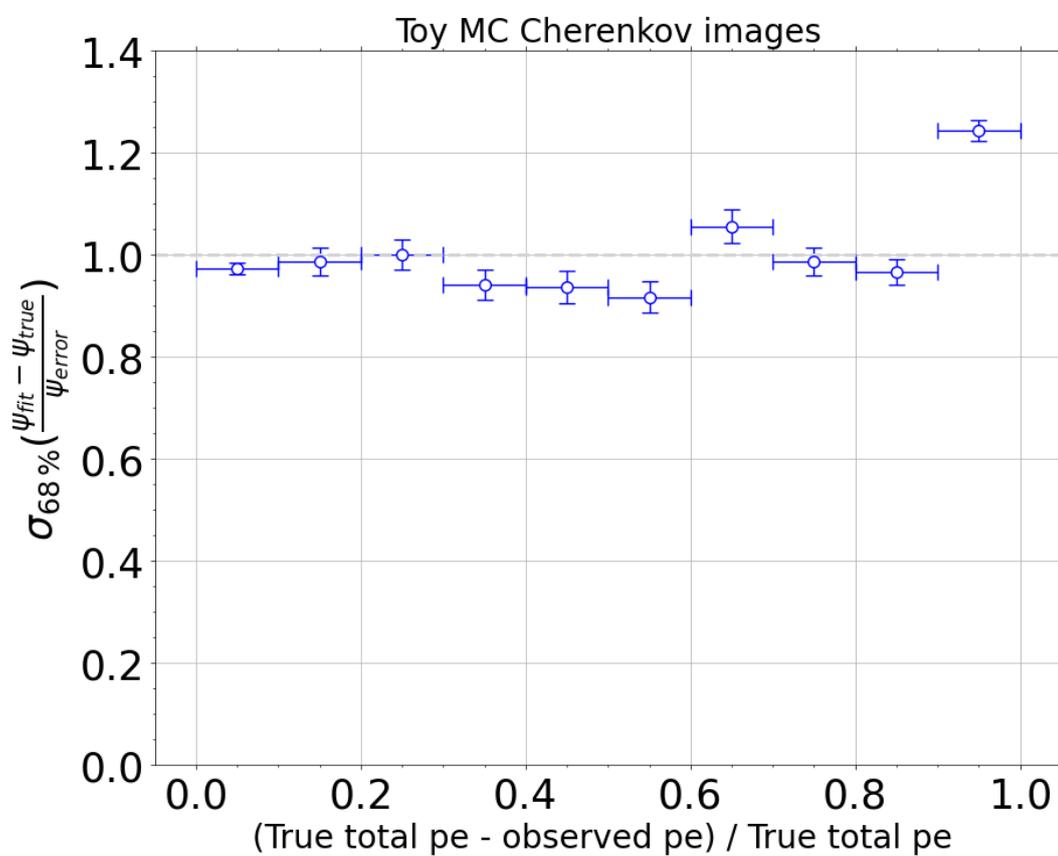


図 3.12 はみ出しのチェレンコフ像に対しての  $\sigma_{68\%}(\frac{\psi_{fit} - \psi_{true}}{\psi_{error}})$ 。

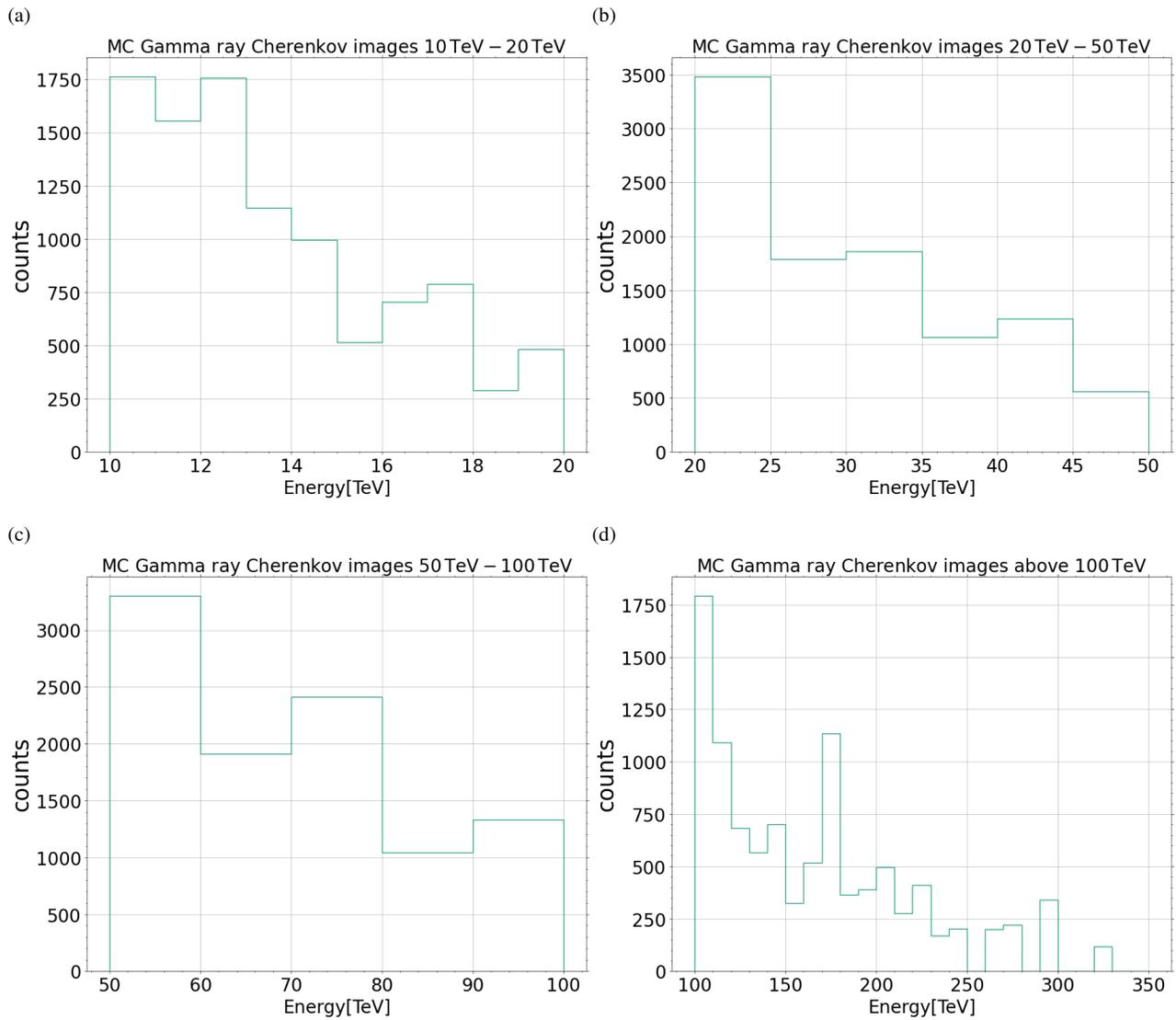


図 3.13 10 TeV – 100 TeV 以上までの四つの区間で分けたガンマ線チェレンコフ像のイベントヒストグラム。  
 (a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV 以上。

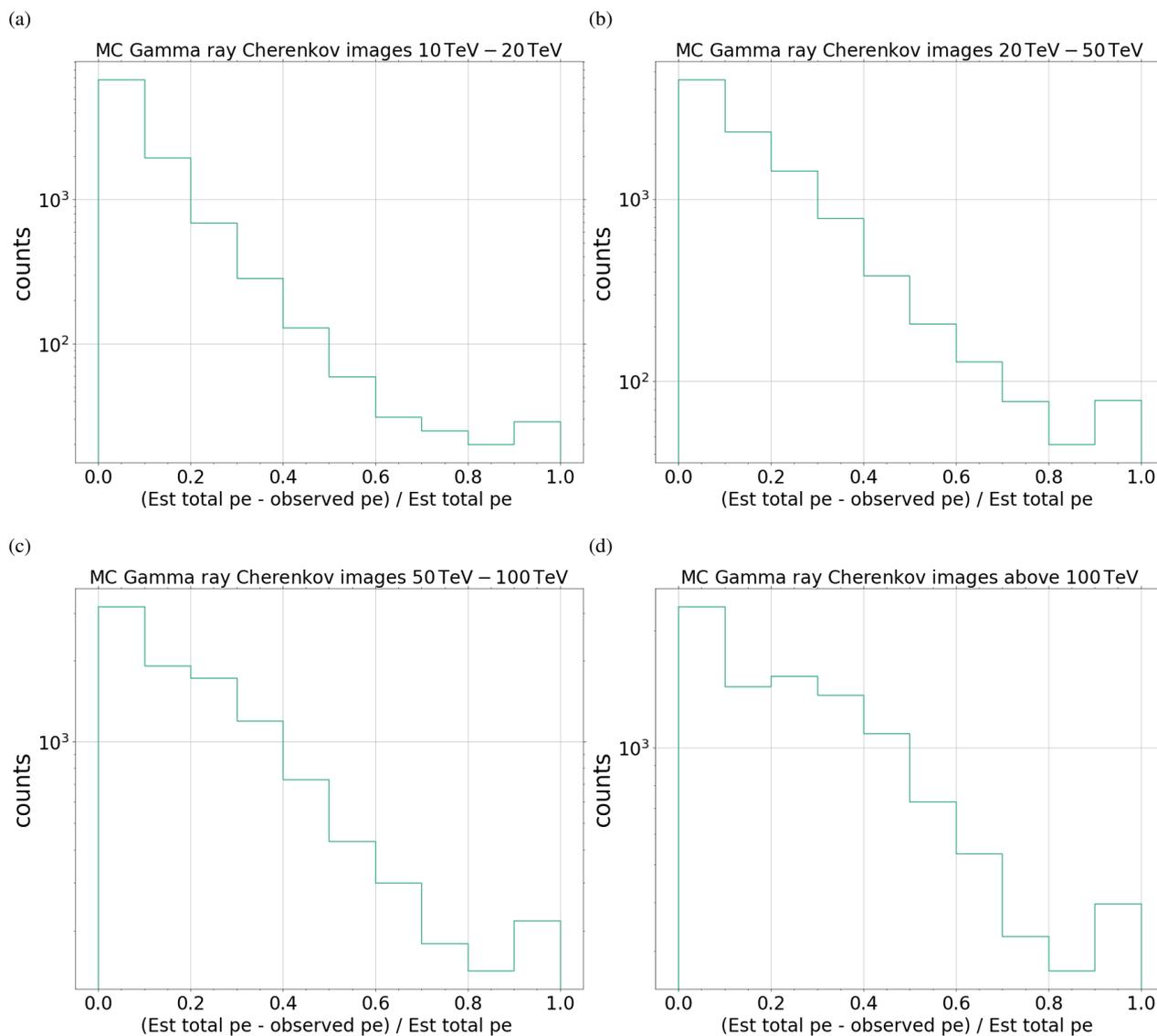


図 3.14 ガンマ線のエネルギー区間ごとにどれぐらいの truncated fraction であるモンテカルロガンマ線チェレンコフの像のヒストグラム。(a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV 以上。

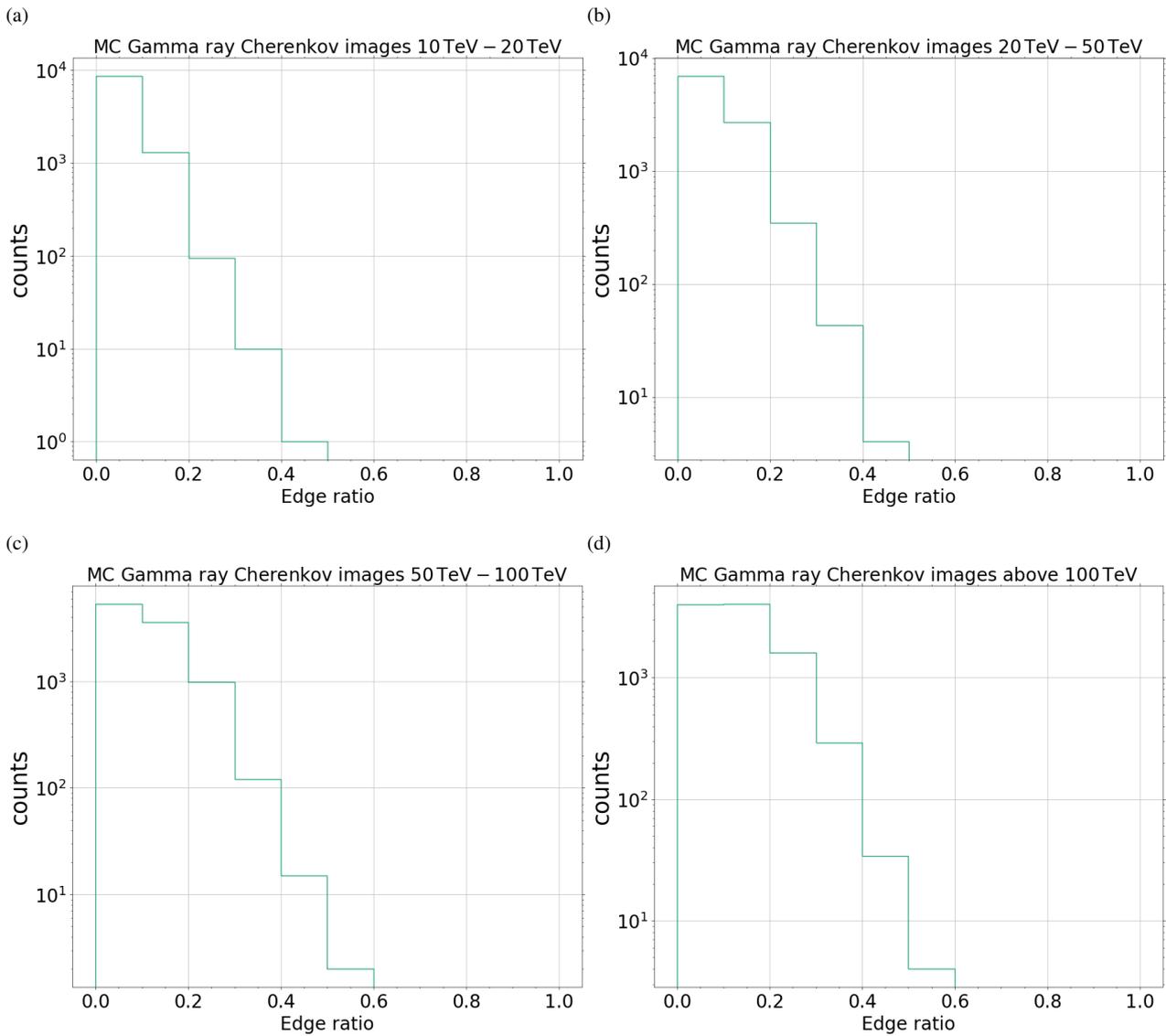


図 3.15 ガンマ線のエネルギー区間ごとにどれぐらいの Edge ratio であるモンテカルロガンマ線チェレンコフの像のヒストグラム。(a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV。

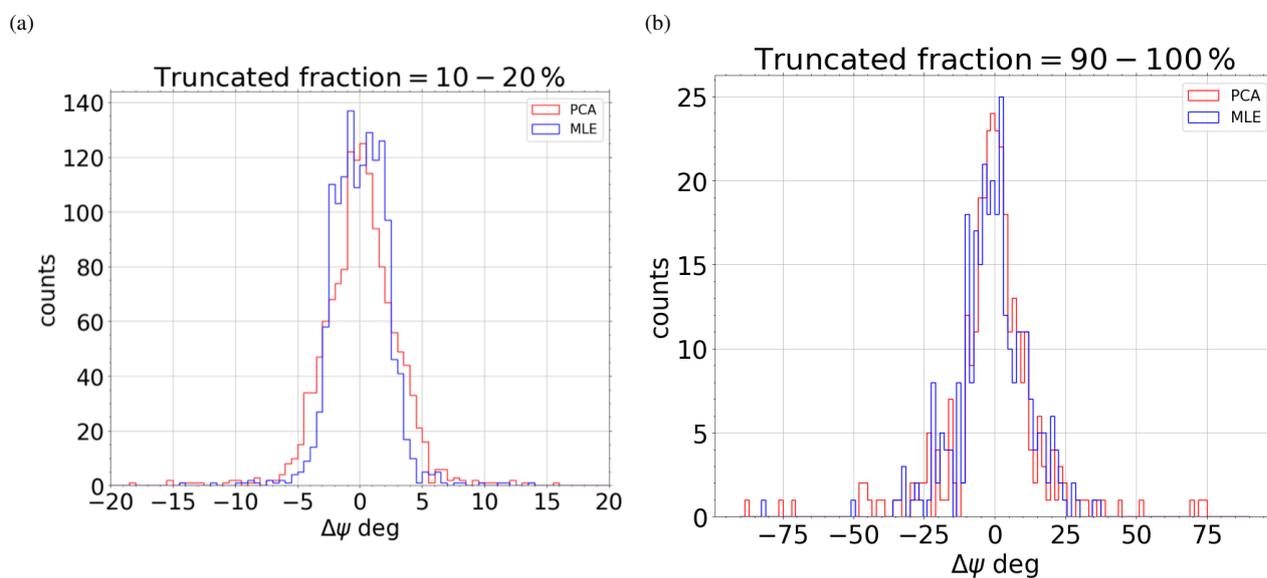


図 3.16 MLE と書いているのは最尤法の英語の略語である。フルモンテカルロシミュレーションの  $\Delta\psi$  の分布。(a)Truncated fraction 10~20%。(b)Truncated fraction 90~100%

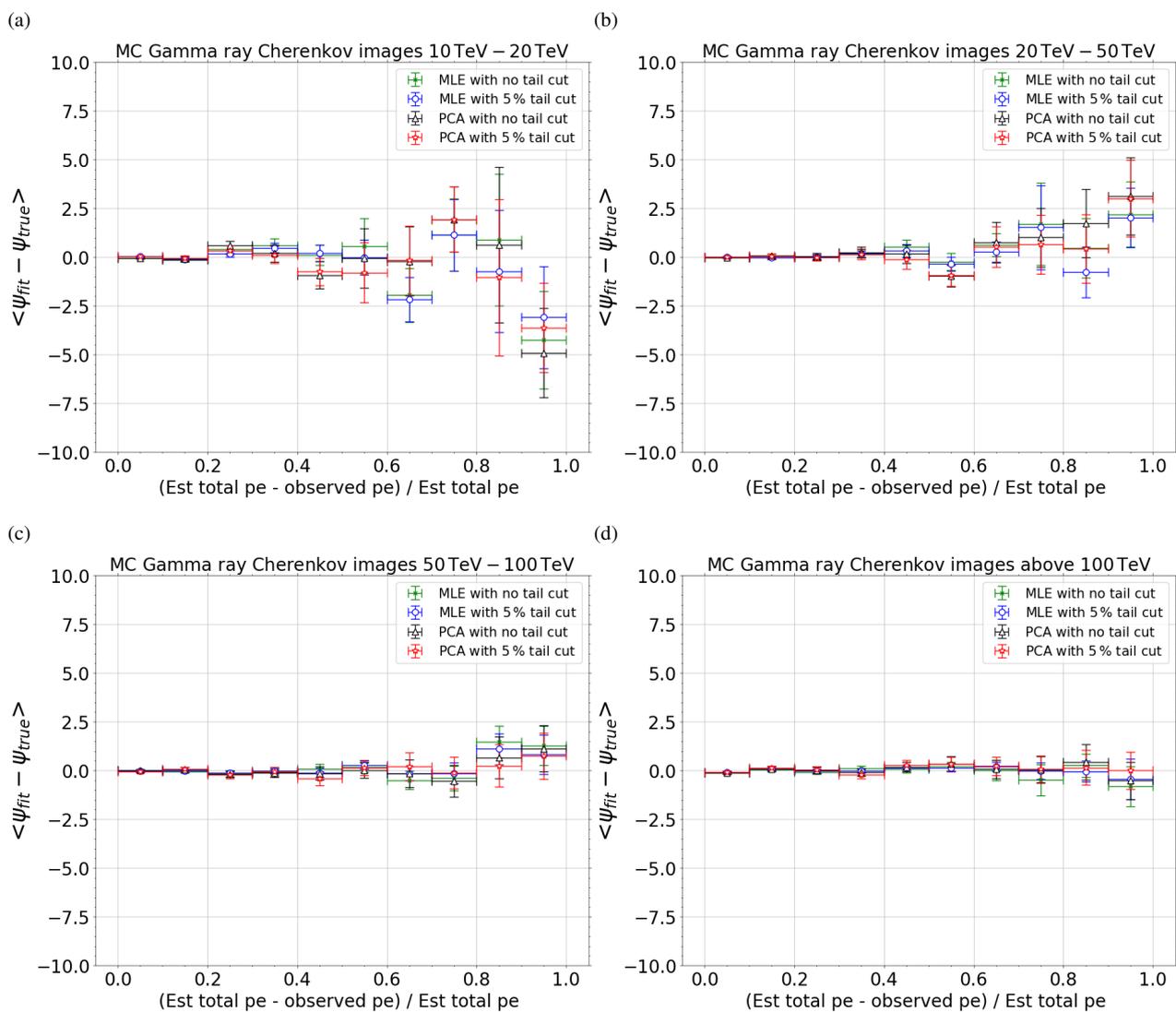


図 3.17 ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction  $((\text{Est total pe} - \text{observed pe}) / \text{Est total pe})$  区間ごとのガンマ線チェレンコフ像に対する  $\langle \psi_{fit} - \psi_{true} \rangle$ 。(a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV 以上。

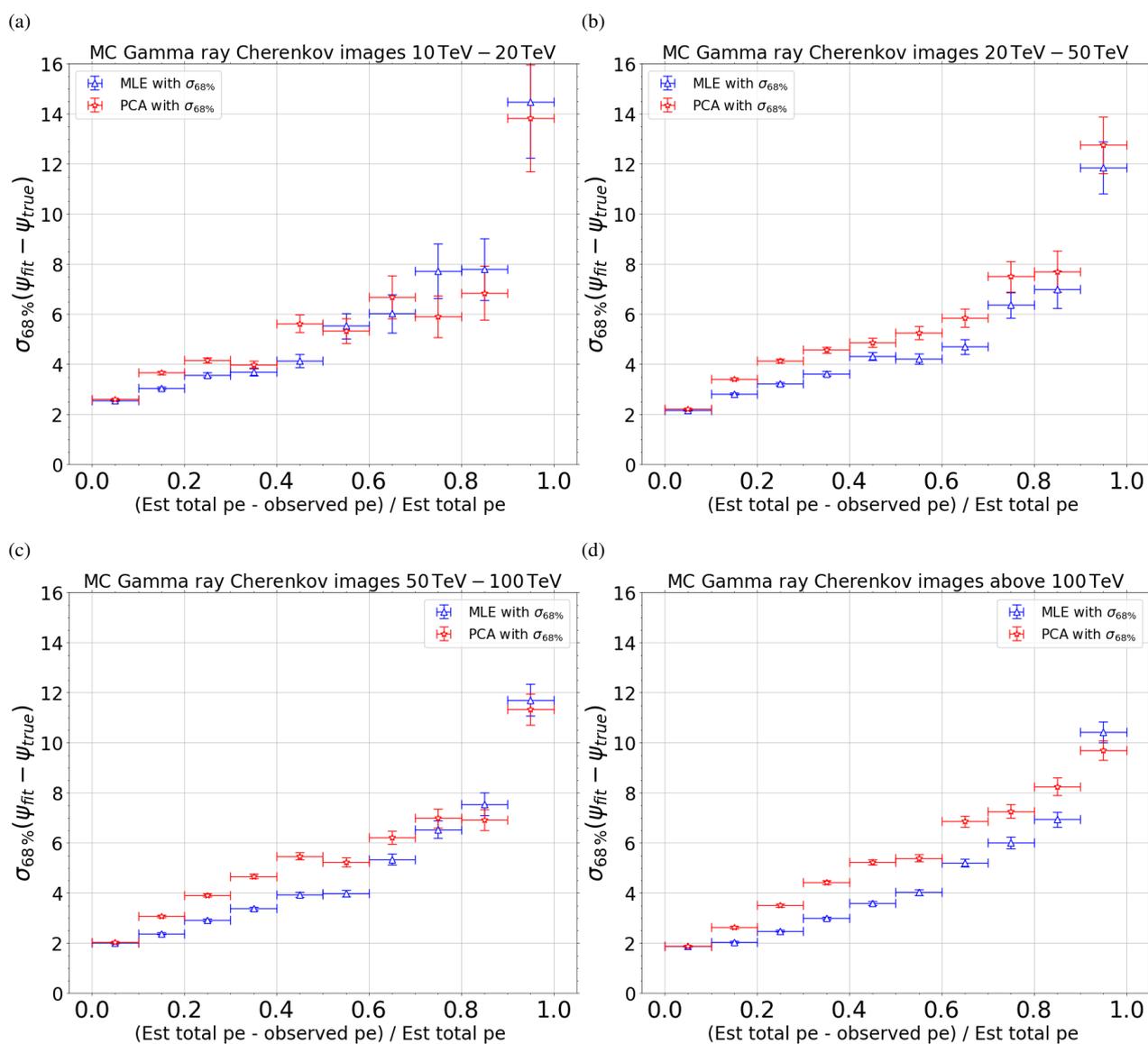


図 3.18 ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction  $(Est\ total\ pe - observed\ pe) / Est\ total\ pe$  の区間での、ガンマ線チェレンコフ像の  $\sigma_{68\%}(\psi_{fit} - \psi_{true})$ 。(a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV 以上。

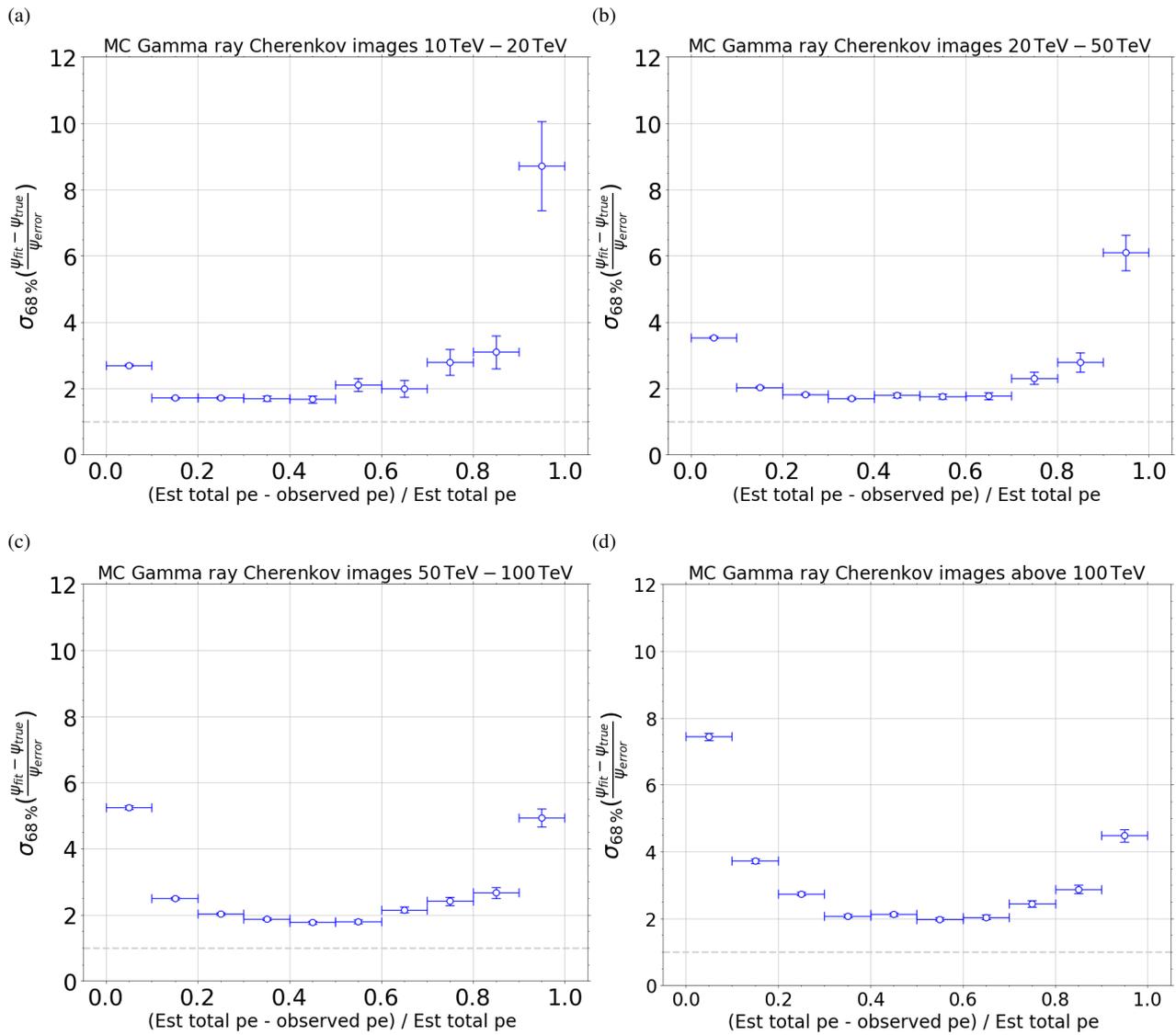


図 3.19 ガンマ線のエネルギー区間ごとに、truncated fraction  $(\text{Est total pe} - \text{observed pe}) / \text{Est total pe}$  の区間での、ガンマ線チェレンコフ像の  $\sigma_{68\%} \left( \frac{\psi_{\text{fit}} - \psi_{\text{true}}}{\psi_{\text{error}}} \right)$ 。(a)10 TeV–20 TeV。(b)20 TeV–50 TeV。(c)50 TeV–100 TeV。(d)100 TeV。

## 第4章

### 結論

本研究では、モンテカルロシミュレーションで生成した 10~330 TeV のエネルギー範囲の CTA 小口径望遠鏡で撮像されたガンマ線空気シャワー像を調べることにより、高エネルギーのガンマ線事象では小口径望遠鏡のカメラ視野を超えてチェレンコフ光が結像されてしまい、そのような事象が支配的であることを確認した。このような視野をはみ出すガンマ線事象に対して従来の主成分分析 (PCA) を用いた手法で到来方向を求めることは地上ガンマ線望遠鏡の角度分解能を悪化させる要因の一つである。これ、PCA では像のはみ出しによる重心位置の変化や軸対称ではない変形を考慮せずにその軸を求めるからである。したがって、像のはみ出しの影響を受けにくい新たな解析手法が必要であることが確認された。

そこで本研究では PCA の代わりに、最尤法による光電子分布のモデルフィットを採用することにより、チェレンコフ像の軸決定精度が向上するかを検証した。まず初めに、フルモンテカルロシミュレーションで生成したチェレンコフ像の代わりに、2次元ガウシアン分布を用いるトイモンテカルロシミュレーションとそれに対する最尤法でのフィットを行った。この結果、はみ出しの大きい光電子分布であってもすなわち、はみ出しの指標である truncated fraction が 90% になるような分布であっても、その軸の推定精度が PCA よりも向上することが明らかになった。またこの最尤法フィットで得られる推定誤差も正しく計算されることを確かめた。ここで軸決定精度の向上は truncated fraction の大きさに依存しており、Truncated fraction が 0~10% の範囲では PCA の軸決定精度は 0.81 deg であったが、最尤法では 0.71 deg 改善した。同様に truncated fraction が 10~20% の範囲では PCA で 1.71 deg、最尤法で 0.85 deg となった。

次に、ガンマ線のエネルギーが 10~330 TeV の空気シャワーのモンテカルロデータに対して像の軸決定精度と、軸の推定誤差が正しく計算されるかを同様の 2次元ガウシアンによる光電子分布のフィットによって確認した。その結果、truncated fraction が 10% 以上の範囲では、軸決定手法を PCA から最尤法に変更したことで、像の軸決定精度がおおよそ 20% 向上することが分かった。一方で、像の軸の推定誤差が期待される統計誤差より数倍になってしまうことも分かった。本来は 2次元ガウシアンでないチェレンコフ光像を 2次元ガウシアンでフィットしたことによって引き起こされる系統的問題であると考えられる。

以上の結果から、特に高エネルギー (10~300 TeV) のガンマ線に対しては、PCA ではなく最尤法を用いることが、CTA の角度分解能向上のために有効であることが結論できる。ただし、ガンマ線チェレンコフの像を単純な 2次元ガウシアンで最尤法フィットを行ったことによる軸の推定誤差の計算には課題が残り軸交点の重みづけに悪影響が出ることが予想されるため、ガンマ線チェレンコフ像に適切な空間分布モデルを適用する必要性も明らかになった。今後、ガンマ線チェレンコフ像の平均的な光電子分布をエネルギーや空気シャワーの発生地点ごとに生成してそれを最尤法のモデル関数とすることで、軸推定の誤差計算で生じた系統的問題を減らすとともに、軸決定精度そのものをさらに向上させるのが今後の課題である。



## 謝辞

本研究を進めるにあって、さまざまな助けをいただきました。田島宏康教授には私の研究に関するデータ解析手法の指導や、研究で直面する様々な状況についてどのような解析手法や解釈の適用が妥当あるかについて一緒に議論と質問をさせていただきました。奥村暁講師には私が研究にするにあたりその手法が適切かどうか、その手法がなぜ正しくないか、より適切な手法は何であるか指摘していただきました。特に、日本語での論文を書き方について多くの指導をいただき、日本語の添削はもちろん、正しい論文の論理展開を日本語でどのように書くかについて密接に指導をいただきました。高橋光成特任助教には、毎日、毎日、私の進捗を共有し、研究で間違えていることやわからないところはいつも議論していただきました。ドイツ DESY 所属の CTA 共同研究者である Jason Watson 博士は私の研究で使ったソフトウェアの開発者であり、そのソフトウェアについて質問をさせていただきました。同じく DESY の共同研究者 Orel Gueta 博士はモンテカルロガンマ線チェレンコフ像の光電子リストのデータをいただき、3.3 節の研究で使用させていただきました。最後に両親から経済的に支援をいただいで研究を持続することができた。以上の皆様に感謝申し上げます。



## 引用文献

- [1] Abramowski, A., Aharonian, F., Benkhali, F. A. et al. 2014 “Discovery of the hard spectrum VHE  $\gamma$ -ray source HESS J1641-463,” *The Astrophysical Journal Letters* **794**, No. 1, L1.
- [2] Ackermann, M., Ajello, M., Allafort, A. et al. 2013 “Detection of the characteristic pion-decay signature in supernova remnants,” *Science* **339**, No. 6121, 807–811.
- [3] Aharonian, F., Akhperjanian, A., Bazer-Bachi, A. et al. 2006 “Discovery of very-high-energy  $\gamma$ -rays from the Galactic Centre ridge,” *Nature* **439**, No. 7077, 695–698.
- [4] Bernlöhner, K., Barnacka, A., Becherini, Y. et al. 2013 “Monte Carlo design studies for the cherenkov telescope array,” *Astroparticle Physics* **43**, 171–188.
- [5] Cao, Z., Aharonian, F., An, Q. et al. 2021 “Ultrahigh-energy photons up to 1.4 petaelectronvolts from 12  $\gamma$ -ray Galactic sources,” *Nature* **594**, No. 7861, 33–36.
- [6] H.E.S.S. Collaboration 2016 “Acceleration of petaelectronvolt protons in the Galactic Centre,” *Nature* **531**, No. 7595, 476–479.
- [7] Hess, V. F. 1912 “Penetrating radiation in seven free balloon flights,” *Z. Phys* **13**, 1084.
- [8] de Naurois, M. and Mazin, D. 2015 “Ground-based detectors in very-high-energy gamma-ray astronomy,” *Comptes Rendus Physique* **16**, No. 6-7, 610–627.
- [9] O’Halloran, T., Sokolsky, P., and Yoshida, S. 1998 “The highest-energy cosmic rays,” *Physics today* **51**, No. 1, 31–7.
- [10] “Introduction to CTA Science,” in *Science with the Cherenkov Telescope Array*.
- [11] The CTA Consortium 2013 “Introducing the CTA concept,” *Astroparticle Physics*.
- [12] Watson, J. 2018 “Calibration and analysis of the GCT camera for the Cherenkov Telescope Array,” Ph.D. dissertation, University of Oxford.
- [13] Wejnert, C., Hess, K. L., Hall, H. I. et al. 2016 “Vital signs: trends in HIV diagnoses, risk behaviors, and prevention among persons who inject drugs—United States,” *Morbidity and Mortality Weekly Report* **65**, No. 47, 1336–1342.
- [14] 井上一・小山勝二・高橋忠幸・水本好彦 2008 『シリーズ現代の天文学 宇宙の観測 (3) 高エネルギー天文学』, 日本評論社.