

甲南大学大学院  
自然科学研究科  
物理学専攻  
修士論文  
No. 383

# 光電子増倍管における 1 光電子分布の解析

2017 年 2 月 21 日

学籍番号 21521003

吉井 柊

甲南大学大学院 自然科学研究科



## 概要

多くの物理現象は光によって測定される。測定する光が非常に微弱な場合、光子を1つずつ精度良く測定することが必要である。このような微弱な光の測定に広く用いられている光検出器の1つとして光電子増倍管（PMT）があり、様々な分野に応用されている。PMTに入射した光（光子）は光電面で電子を励起し、光電子を放出する。その電子数を増幅させ電流として測定することで光を検出する。光子を光電子に変換する効率を量子効率といい、現在では量子効率40%以上もの性能を持ったPMTが開発され、測定精度も向上している。PMTの性能を評価するためには正確な1光電子の信号強度の測定・解析が要求される。そこで本研究ではPMTに微弱なLED光を照射することによって測定したデータから1光電子の分布を推定し、増幅後の1光電子の平均電荷量、PMTの増倍率を高精度で測定する方法を開発した。

本研究で使用したPMTは大口径望遠鏡の焦点面検出器の光検出素子としても採用されている。PMTからの出力信号分布は0光電子（ノイズ成分）、1光電子とそれ以上の光電子が重なり合った分布となる。1光電子分布を推定するためにPMTに入射した光によって作られる光電子数の分布はポアソン分布に従うと仮定し、この過程から各光電子の分布を推定した。0光電子を除いた分布からポアソン分布により求めた2光電子以上の分布引くと1光電子の分布が求まる。解析では1光電子分布を求める各手順において誤差を伝播させ、その精度を求めた。また1光電子分布推定前の0光電子のイベント数から求まる平均光電子数と、推定後に全分布の平均電荷量を求めた1光電子の平均電荷量で割ることによって求まる平均光電子数を比較することによって解析の整合性を検証した。このようにして求めた1光電子分布を、PMTにかける高電圧を変化させた場合及びLEDの光量を変化させた場合において測定・解析した。その結果、光量が平均1光電子程度で3%以下の精度で求まることが分かった。

# 目次

## 第1章 インTRODダクシヨN

1.1	ガンマ線天文学	1
1.2	空気シャワー	2
1.3	チェレンコフ光	3
1.4	大気チェレンコフ望遠鏡	3
1.4.1	イメージング法	4
1.4.2	ステレオ法	5

## 第2章 Cherenkov Telescope Array 計画 (CTA 計画)

2.1	Cherenkov Telescope Array	6
2.2	大口径望遠鏡 (Large-Sized Telescope : LST) 及び焦点面検出器	7

## 第3章 光電子増倍管における1光電子測定

3.1	光電子増倍管 (Photo Multiplier Tube : PMT)	8
3.1.1	原理	8
3.1.2	特性 (1) 量子効率	9
	(2) 収集効率	9
	(3) ゲイン	9
	(4) 暗電流	9
	(5) アフターパルス	10
3.1.3	性能	10
3.2	目的	12
3.3	測定方法	13
3.4	解析方法	15
3.5	結果及び考察	25
3.5.1	印加電圧変化	26
3.5.2	光量変化	29
3.6	結論	32

# 第1章 イントロダクション

## 1.1 ガンマ線天文学

宇宙空間では電波、赤外線、可視光、紫外線、X線やガンマ線といった様々な線源を放出する天体や、地球上では到底起こり得ないほどの高エネルギー現象で満ち溢れている。天文学が発展するにつれ人類の宇宙を観測する領域はX線からガンマ線領域へと広がってきた。ガンマ線の発生機構はシンクロトン放射や制動放射、逆コンプトン散乱、中性パイ中間子の崩壊などによるものであり（図 1.1）、超新星残骸、巨大なブラックホールを中心部を持つ活動銀河核やガンマ線バーストなど宇宙で起こっている様々な高エネルギー天体現象から放射されている。ガンマ線の放射から宇宙空間で電子や陽子が高エネルギーまで加速されていること、つまり宇宙に巨大な加速器機構が存在することを示している。また、ガンマ線はX線よりも高温な天体現象で発生することや、強い透過力を持っているため、X線では他の物質との相互作用や吸収されて見ることができなかった放射まで観測することができる。つまり、ガンマ線を観測することで未だ発見されていない高エネルギーの天体現象の発見やそのメカニズムの解明により、宇宙論の未解決問題の足掛かりとなり、その核心に迫ることができる可能性を秘めている。

X線よりも波長が短く、高いエネルギーを持つガンマ線は数十 keV(=10<sup>3</sup>eV)を超え、TeV(=10<sup>12</sup>eV)までの超高エネルギー領域まで及ぶ。そのなかでもエネルギー領域によって観測方法は異なる。GeV(=10<sup>9</sup>eV)程度のガンマ線観測は人工衛星を用いて宇宙で観測されており、2008年に打ち上げられたフェルミガンマ線宇宙望遠鏡では1800以上の天体が検出されている。しかし、数百 GeV以上のエネルギーを持った超高エネルギーガンマ線になると有効面積が小さい人工衛星では観測が難しくなるため宇宙からガンマ線が到来すると大気と相互作用を起こすことを利用して地上の望遠鏡での観測が行われている。[1][2]

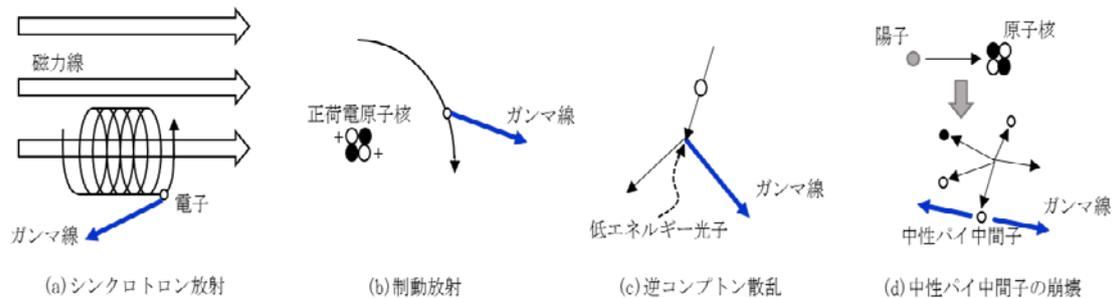


図 1.1 ガンマ線発生機構の模式図 [1]

## 1.2 空気シャワー

宇宙から到来する放射線である宇宙線が大気に突入すると、大気中の原子と衝突してその相互作用によって粒子を発生させる。その粒子がさらに相互作用を繰り返し、縦方向と横方向に発達しシャワーのような広がりを持つ。このような現象を空気シャワー現象という。そのなかでも空気シャワーを発生させる主成分によってシャワーの特徴が異なる。

ガンマ線が地球に到来すると、地球大気中の原子と衝突して電子-陽電子対生成を起こし、それらが制動放射により再びガンマ線を生成する。この電磁相互作用を繰り返し粒子数が増加していき、徐々に粒子のエネルギーが低下していくとこの現象は収束していく。このように、空気シャワーのなかでもガンマ線が起源となり発生するものを電磁シャワーという。また、高エネルギー宇宙線の主成分である陽子などの原子核が大気と相互作用して生成する空気シャワーをハドロンシャワーと呼ぶ。

電磁シャワーとハドロンシャワーのシャワー像には違いがあり、ガンマ線を起源とする電磁シャワーのほうが広がり小さくなる。これは粒子の相互作用による違いによるものであり、電磁相互作用で生成される粒子の元の進行方向に対して垂直な方向（横方向）の運動量が核相互作用に比べて一般的に小さいためである（図 1.2）。[1]

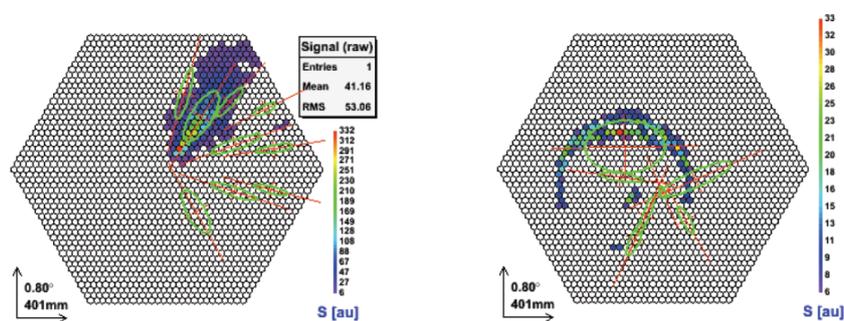


図 1.2 MC シミュレーションによる電磁（ガンマ線）シャワーイメージ（左）、ハドロン（プロトン）シャワーイメージ（右） [2]

### 1.3 チェレンコフ光

空気シャワー現象により生じた荷電粒子（電子・陽電子）の速度  $v$  が大気中の光速  $c/n$ （ $c$ :真空中の光速、 $n$ :大気中の屈折率）を超えると粒子の飛跡に沿って光が発せられ、これをチェレンコフ光という。チェレンコフ光が放出される条件は粒子の速度を  $\beta c$ 、チェレンコフ光の放出角を  $\theta$  とすると、

$$\cos \theta = \frac{1}{\beta n} \quad (1.1)$$

で与えられる。図 1.3 にチェレンコフ光が放出される概要を示す。

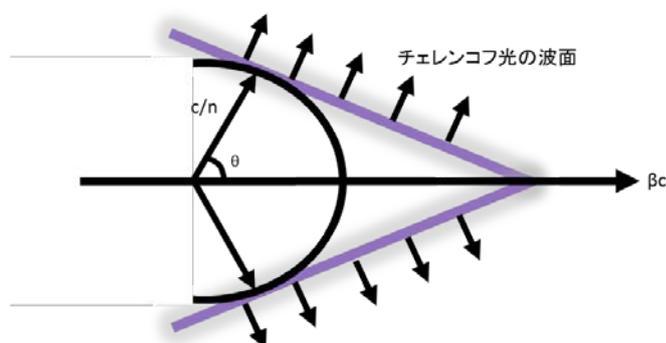


図 1.3 チェレンコフ光の発生イメージ

チェレンコフ光は発生してから地上の望遠鏡に届くまでにオゾンによる吸収、大気分子によるレイリー散乱、塵によるミー散乱などの影響を受けて減衰し、地上で検出されるチェレンコフ光子の波長は 300~500nm 程度である。[1][2]

### 1.4 大気チェレンコフ望遠鏡

大気チェレンコフ望遠鏡とは地上でのガンマ線観測に用いられている望遠鏡で、宇宙から到来するガンマ線が地球大気と相互作用を利用することで発生するチェレンコフ光を検出する望遠鏡であり、大気を検出器としてガンマ線を観測する。チェレンコフ光は微弱なため月明かりのない夜での観測が望ましく、そのなかでも人工光などの夜光がバックグラウンドとなる。1989年に Whipple 望遠鏡がイメージング法を用いてのかに星雲からのガンマ線の検出に成功したことに始まり、現在では H. E. S. S. (ナミビア)、MAGIC (カナリア諸島)、VERITAS (アリゾナ) などの望遠鏡 (図 1.5) が高エネルギーガンマ線天文学の発展に大きく寄与している。[1][2]



図 1.4 H. E. S. S (上)、MAGIC (中)、VERITAS (下) [3][4][5]

[3] H. E. S. S. <https://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/HESS/pages/about/>

[4] MAGIC <https://magic.mpp.mpg.de/>

[5] VERITAS <http://veritas.sao.arizona.edu/>

#### 1.4.1 イメージング法

図 1.2 で示したように、ガンマ線を起源とする空気シャワーと宇宙線の主成分である陽子などの原子核が起こす空気シャワー像には違いがあり、粒子の相互作用による違いのほかに幾何学的な違いもその理由の一つである。ガンマ線によるシャワーの像は望遠鏡の視野の中心方向に長軸が向いた楕円状となるが、原子核が起こすシャワーは様々な方向から到来するので像がばらつく。このシャワーの違いを利用してガンマ線以外のイベントを取り除き、ガンマ線の信号を取り出す方法がイメージング法である。[1]

## 1.4.2 ステレオ法

ガンマ線は5-10km上空で空気シャワーを起こす。1TeVのガンマ線が起こす電磁カスケードシャワーからのチェレンコフ光は地上でおよそ直径300m程に広がる（ライトプール）。そのため、地上に設置した複数の望遠鏡でシャワーからのチェレンコフ光を観測すると視差が生じ、チェレンコフ光のライトプール内に設置した各望遠鏡で捕えられる像は天体のある方向から少しずれた楕円状の像となり、その長軸が天体の方向を指すことになる。複数の望遠鏡で捕えられた像を重ね合わせ、長軸が交わる点を求めることによってチェレンコフ光の到来方向が決まる。この観測法をステレオ法という（図1.5）。[1][2]

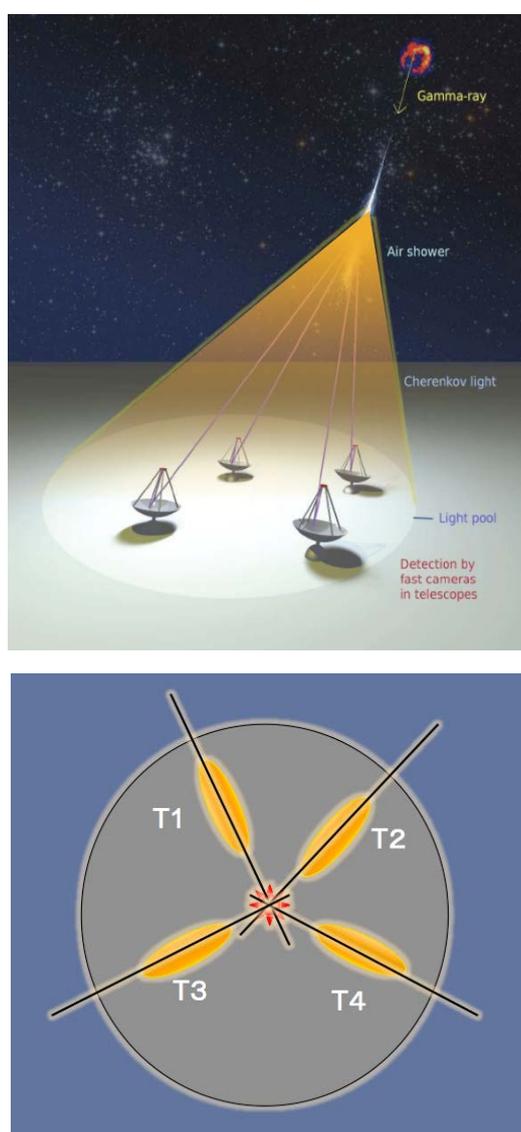


図 1.5 チェレンコフ望遠鏡によるステレオ観測イメージ（上）、ステレオ観測によるガンマ線到来方向推定のイメージ（下） [2]

## 第2章 Cherenkov Telescope Array 計画 (CTA 計画)

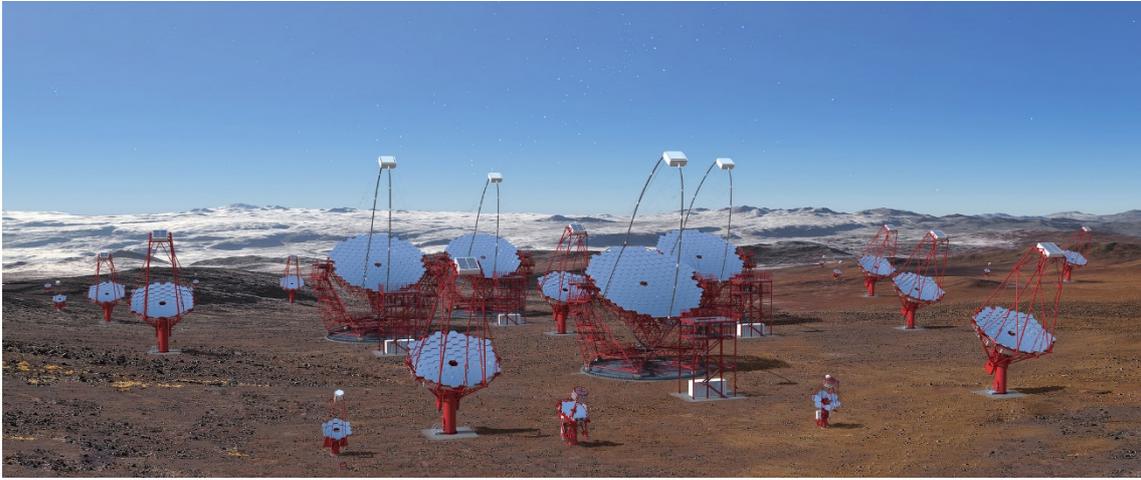


図 2.1 CTA 完成想像図[6]

### 2.1 Cherenkov Telescope Array (CTA)

Cherenkov Telescope Array 計画 (CTA 計画)とは、これまで地上チェレンコフ望遠鏡によるガンマ線天文学分野を牽引してきた H. E. S. S. と MAGIC の 2 グループが中心となって計画された国際共同研究である。Cherenkov Telescope Array (CTA)は従来のチェレンコフ望遠鏡の感度よりも 10 倍高い感度を達成し数 10GeV から 100TeV までのエネルギー領域を観測可能とする次世代高エネルギーガンマ線天文台である (図 2.2)。大口径 (~23m)・中口径 (~12m)・小口径 (~6m) のチェレンコフ望遠鏡群から構成され、北半球と南半球の 2 サイトに設置することによって全天を観測することができ、先述の通り今までにない感度での観測によって新たに 1000 を超える超高エネルギーガンマ線源の発見が期待されており次世代の高エネルギー宇宙物理学全体の発展に大きく寄与することが期待されている。[2]

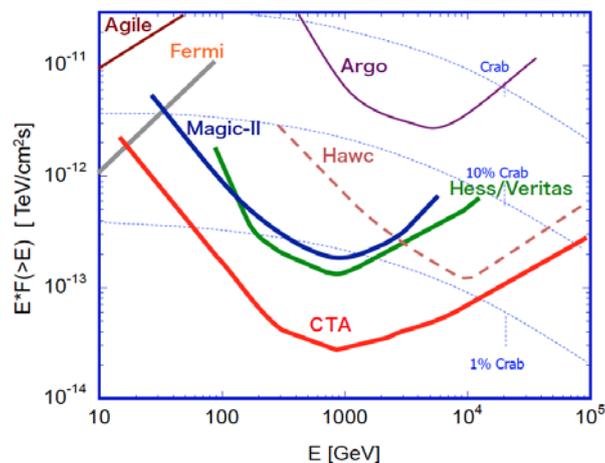


図 2.2 CTA の目標感度曲線[2]

## 2.2 大口径望遠鏡 (Large-Sized Telescope : LST) 及び焦点面検出器

CTA で建設される大口径望遠鏡は 20GeV から 1000GeV までの領域に感度を持つ望遠鏡であり、反射鏡の直径は 23m、総重量 100t でありながら 20 秒で 180° 回転可能となるようにされている。そして大口径望遠鏡のカメラ部分に当たるのが焦点面検出器である。焦点面検出器の検出素子として光電子増倍管が採用されており、1855 本が配置される (図 2.3)。

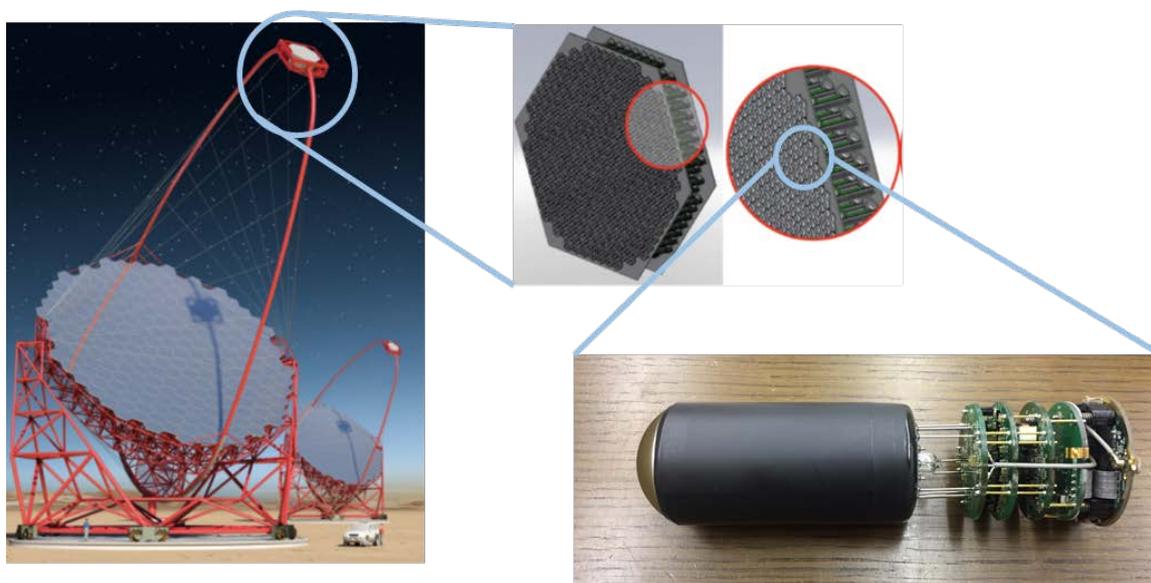


図 2.3 大口径望遠鏡・焦点面検出器拡大イメージ図[6]

## 第3章 光電子増倍管における1光電子測定

### 3.1 光電子増倍管 (Photo Multiplier Tube, PMT)

光電子増倍管 (Photo Multiplier Tube, PMT) とは、光電効果を利用して光を光電子に変換し、その電子数を増倍させる光検出器である。つまり光を電子に変えることで検出するという仕組みである。以下に原理と模式図 (図 3.1) を示す。

#### 3.1.1 原理

- (1) 入射窓を透過した入射光が光電面に到達する。
- (2) 光電効果によって放出された光電子が集束電極によって第1ダイノードに集められ、二次電子を放出する。
- (3) 各ダイノードには数百Vの電圧がかかっており、電子増倍を繰り返す。
- (4) 最終ダイノードまで達した電子は陽極によって取り出され、電流として出力される。

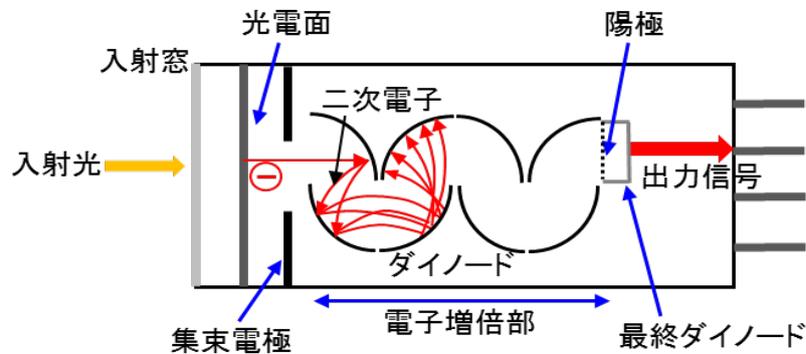


図 3.1 光電子増倍管の増倍原理図

### 3.1.2 特性

#### (1) 量子効率

量子効率とは光電面から放出される光電子数を入射した光の光子数で割ったものである。光電面に到達した入射光子は、光電面の価電子帯の電子にエネルギーを与え、電子を励起し光電子が放出される。しかしエネルギーを得た全ての電子が放出されるわけではなく、確率過程による。これは光の波長などに依存し、短波長の光子は長波長の光子に比べてエネルギーが高いため、放出される確率が高いので量子効率のピークは短波長側に現れる。[7]

#### (2) 収集効率

光電面から放出された光電子が第1ダイノードに入射する確率を収集効率という。本研究で使用したPMTの第1ダイノードには350Vの電圧がかかるようになっており、収集効率がPMTの性能に大きく寄与しており重要な特性の1つである。[7]

#### (3) 電流増幅率 (ゲイン)

PMTの各ダイノードでの二次電子放出比 $\delta$ はダイノード間の電圧 $E$ の関数で表される。ここで $a$ は定数、 $k$ は電極の構造・材質で決まる値である。

$$\delta = a \cdot E^k \quad (3.1)$$

電流増幅率 (ゲイン)  $\mu$  は各ダイノードでの $\delta$ と収集効率 $\alpha$ を掛け合わせたものであり、

$$\mu = \alpha \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \cdots \delta_n \quad (3.2)$$

で表される。[7]

#### (4) 暗電流

光が当たっていない状態でもPMTにはわずかに電流が流れており、暗電流という。暗電流の原因としては光電面やダイノードからの熱電子放出による電流、電極間の漏洩電流、ガラスなどの発光による光電流や残留ガスのイオン化による電流などである。[7]

## (5) アフターパルス

PMT で検出した光の信号パルスの後に疑似的なパルスが現れることがあり、これをアフターパルスという。アフターパルスには速い成分（信号パルス後数ナノ秒～）と遅い成分（数マイクロ秒～）がある。速い成分の原因は第1ダイノードで反射して戻った電子が再びダイノード部で増倍されて出力されることや、PMT 内部の微弱発光からの成分などである。また遅い成分の原因は、PMT 内部の残留ガスがイオン化され、正イオンが光電面に到達して多数の光電子を発生させるというものである。[7]

### 3.1.3 性能

LST 初号機に搭載される PMT（図 3.2）は浜松ホトニクス社製 R11920 であり、LST に要求される量子効率 32%に対してピーク値で平均 41%という高い水準で要求値を満たした PMT である。これには光電面にスーパーバイアルカリを使用し、さらに光電面を球形かつすりガラス状にすることによって、光電面に当たった光が散乱され再び光電面に当たる確率を上昇させる工夫が施されている。

また量子効率は光の波長に依存するため、CTA で観測するチェレンコフ光の波長域に感度をもった PMT が必要であるが、海拔 2km でのガンマ線シャワーからのチェレンコフ光に対する量子効率は約 30%を達成している（図 3.3）。加えて、アフターパルス発生率要求値の 0.02%以下が達成されている。



図 3.2 浜松ホトニクス製 R11920 PMT

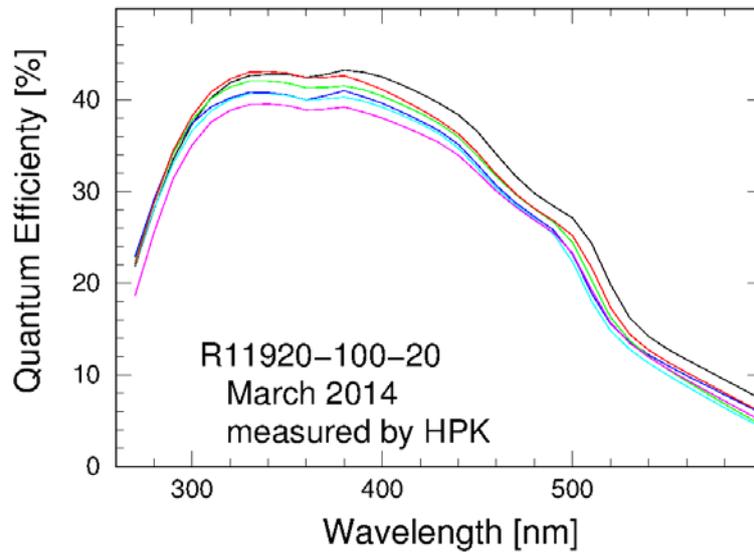


図 3.3 浜松ホトニクス製 R11920 PMT の量子効率の波長依存性[2]

以下に諸性能を示す。[2]

カメラピクセルサイズ	0.1° , 50mm
光電面直径	40mm
有感波長領域	300-650nm
感度	41% (ピーク量子効率)
ダイナミックレンジ	1-500p.e.以上
アフターパルス	0.02%以下
時間分解能	1.3ns
パルス幅 (FWHM)	2.5-3ns 以下
寿命	10年間でゲイン低下 20%以下
標準動作ゲイン	$4 \times 10^4$

PMT の諸性能[2]

## 3.2 目的

多くの物理現象は光によって測定される。測定する光が非常に微弱な場合、光子を1つずつ精度良く測定することが必要である。このような微弱な光の測定に広く用いられている光検出器の1つとして光電子増倍管 (PMT) があり、現在では量子効率 40%以上もの性能を持った PMT が開発され、測定精度も向上している。PMT の性能を評価するためには正確な 1 光電子の信号強度の測定・解析が要求される。

PMT からの出力信号分布は 0 光電子 (ノイズ成分)、1 光電子とそれ以上の光電子が重なった分布となる。1 光電子分布を推定するために PMT に入射した光によって作られる光電子数の分布はポアソン分布に従うと仮定し、この過程から各光電子の分布を推定した。0 光電子を除いた分布からポアソン分布により求めた 2 光電子以上の分布引くと 1 光電子の分布が求まる [8]。解析では 1 光電子分布を求める各手順において誤差を伝播させ、その精度を求めた。また 1 光電子分布推定前の 0 光電子のイベント数から求まる平均光電子数と、推定後に全分布の平均電荷量を求めた 1 光電子の平均電荷量で割ることによって求まる平均光電子数を比較することによって解析の整合性を検証した。

本研究ではこのようにして求めた 1 光電子の電荷量 (信号強度)、増倍率とその精度を求め評価することが目的である。この方法を用いて PMT にかける高電圧を変化させた場合及び LED の光量を変化させた場合において測定・解析・検証を行った。

### 3.3 測定方法

本研究ではPMTで微弱な光を検出する場合を対象としており、1光電子測定の設定アップを図3.4に示す。

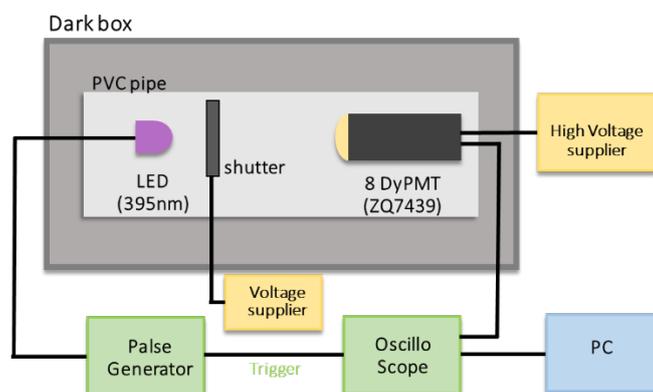


図 3.4 1 光電子測定セットアップ図

この測定ではLEDを光源として使用しており、LEDに8 ns(FWHM)程度のパルスを送り点灯させ、パルスの電圧を変えることによって光量を調節している。LEDから発せられた光は暗箱中のPMTに照射され、PMTから増幅回路を通った信号がオシロスコープに送られる。また、LED手前にシャッターを設置し暗箱外部から開閉操作することでPMTにLED光を照射・遮断する仕組みになっている。オシロスコープにはLEDに送られたパルスと同期したトリガー信号が送られ、信号に同期してデータが収集される。測定した信号例を図3.5に示す。

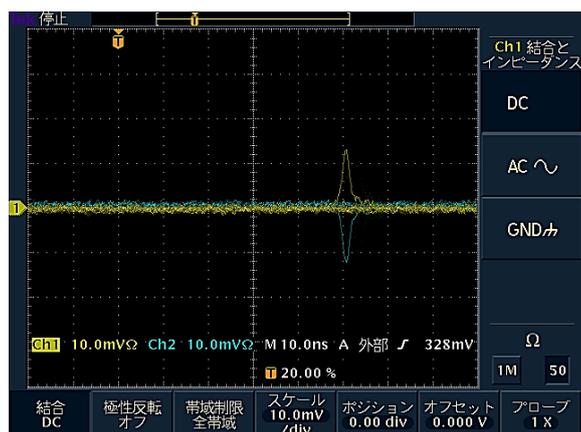


図 3.5 測定した信号例

この図から、ノイズレベルは2mV程度であることが分かる。このノイズの平均を引いた値を時間で積分することによってPMTからの出力信号を求めることができる。その一例を図3.6に示す。

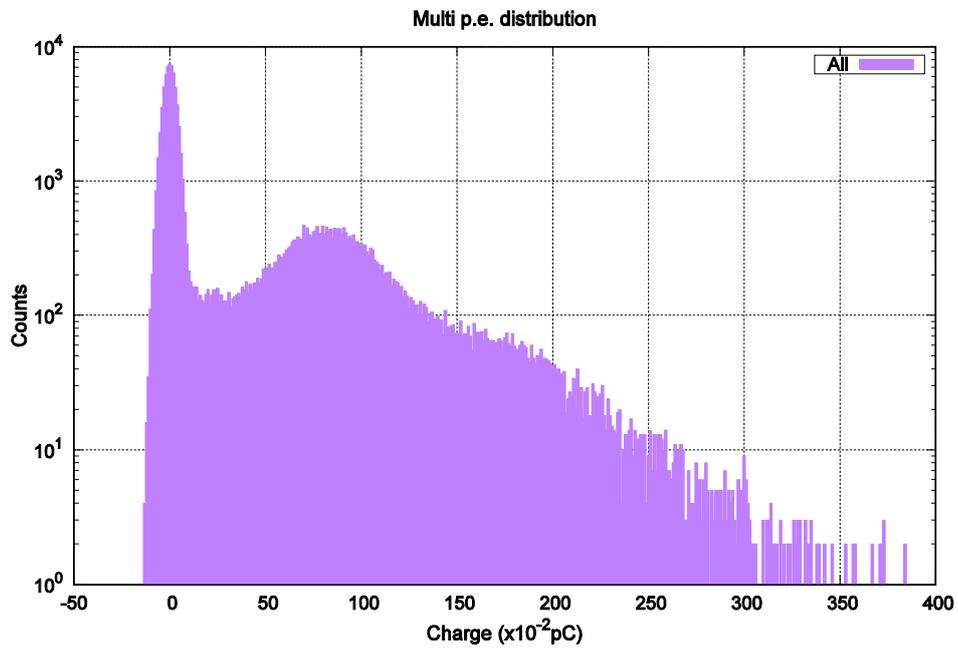
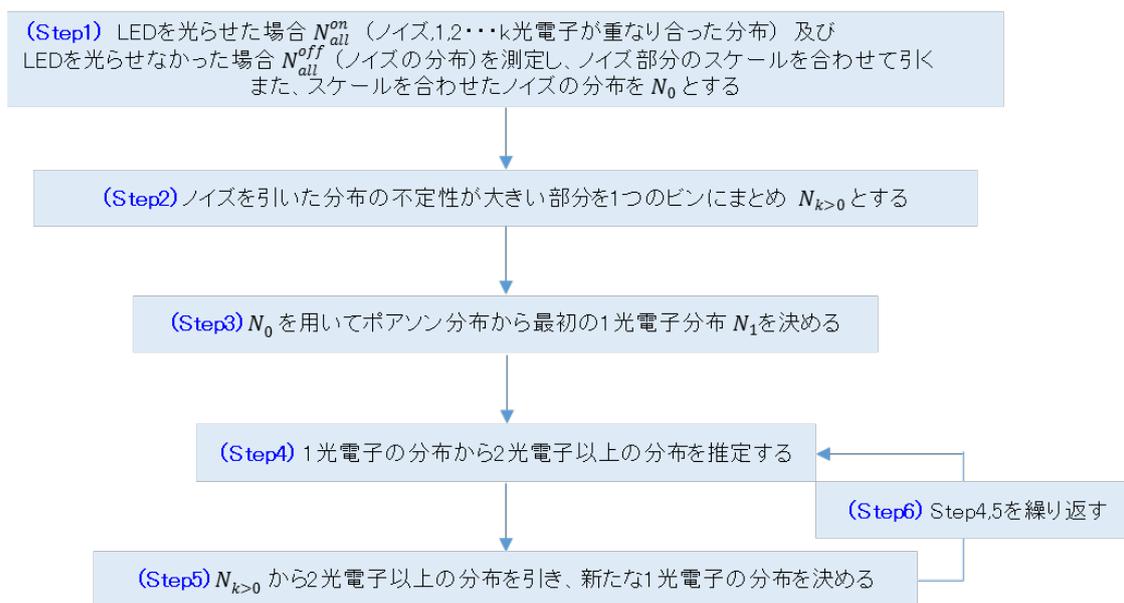


図 3.6 PMT からの出力信号分布

0 付近の分布はノイズによるものであり、PMT で発生する暗電流、前置増幅器の熱ノイズや測定機器の電氣的ノイズが主な成分であると考えられる。50~100( $\times 10^{-2}$ pC)の間にあるピークの分布は、主に 1 光電子の分布である。またそれ以降の分布には 2 光電子以上の分布も含まれ、それらが重なり合ったものが全体の分布を形成していると考えられる。つまり、1 光電子の分布はノイズと 2 光電子以上の分布を引いた分布となる。

### 3.4 解析方法

本研究では測定データか1光電子の分布を推定する方法を用いた。この解析ではPMTで検出される光電子数の分布はポアソン分布に従うと仮定し、そこから1光電子の平均電荷量、ゲインを誤差を含めて実験的に決めることを目標としており、以下のような手順 (Step1) ~ (Step6) でデータを処理し、誤差の評価、1光電子分布の平均電荷量とゲイン、さらに平均光電子数を求める。次頁以降に解析方法の詳細を述べる。



### (Step1)

LED を光らせた場合と光らせない場合の測定を行う。測定結果のヒストグラム例を図 3.7 に示す。光らせた場合のヒストグラムがノイズ（ペDESTAL）=0 光電子と 1 光電子、2 光電子・・・を含んだ分布、光らせない場合のヒストグラムがノイズ（0 光電子）の分布となる。

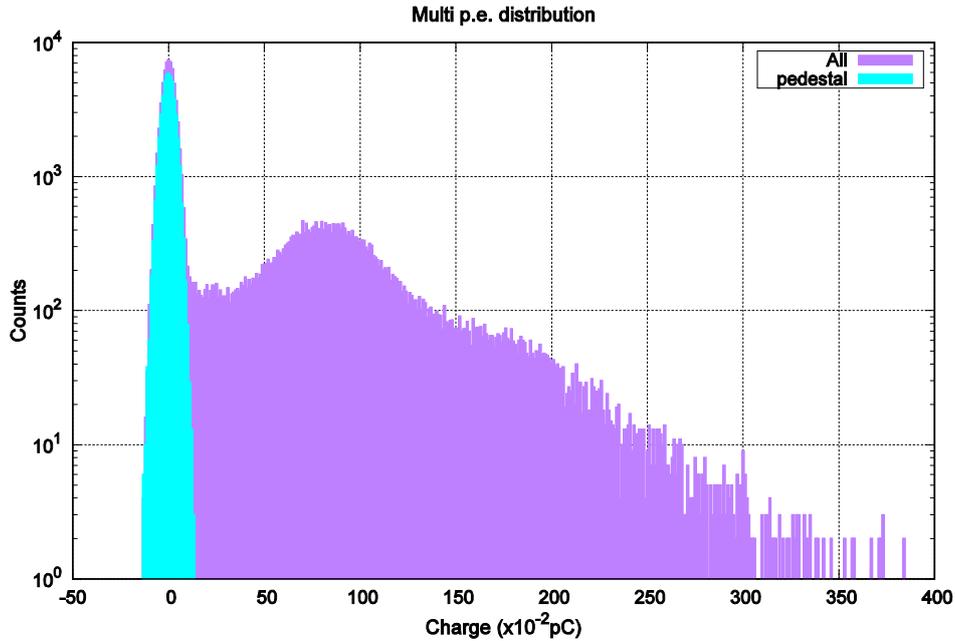


図 3.7 LED を光らせた場合（左）、光らせなかった場合（右）の測定例  
光らせた場合  $10^5$  イベント、光らせない場合  $5 \times 10^4$  イベント測定した。

LED を光らせた場合と光らせない場合の全カウント数をそれぞれ  $N_{all}^{on}$ 、 $N_{all}^{off}$  とする。 $N_{all}^{on}$  の分布にはノイズ（ペDESTAL）=0 光電子と 1 光電子、2 光電子・・・というように複数の光電子を含んでいる。ここで  $k$  光電子の総数を  $N_k$ 、 $k$  光電子の  $i$  番目のカウント数を  $n_k(i)$ 、その総数を  $N_k$  とすると  $N_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} n_k(i)$  となる。

1 光電子の分布を求めるためにはノイズと 2 光電子以上の分布を取り除く必要がある。そこでまずはノイズ部分を取り除く処理を行う。ここでは  $N_{all}^{on}$  の 0 光電子の分布と  $N_{all}^{off}$  の分布が同じ分布をなすとして、負の部分で積分した値  $\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{on}(i)$  と  $\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{off}(i)$  の比  $\alpha$  をとる。

$$\alpha = \frac{\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{on}(i)}{\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{off}(i)} \quad (3.3)$$

求めた比  $\alpha$  を用いて  $N_{all}^{on}$  と  $N_{all}^{off}$  の分布のノイズ部分のスケールを合わせて引くことによりノイズ部分（0 光電子）を取り除く。

## (Step2)

(Step1) で引いた後の分布の 0 付近のビンは統計誤差が大きく影響し、負の値を持つビンが生じることもある。そこでペDESTAL分布の幅を  $\sigma$  とし、 $+2\sigma$  以下のビンを 1 つのビンにまとめて扱う。まとめたイベントを格納するビンは以下の式で決定する。

$$bin = \frac{\sum_{i=-2\sigma}^{2\sigma} n_{all}^{on}(i)q(i)}{\sum_{i=-2\sigma}^{2\sigma} n_{all}^{on}(i)} \quad (3.4)$$

以上の手順より LED を光らせたときの分布から 0 光電子の分布を引いた分布  $N_{k>0}$  が求められ、 $n_{k>0}(i)$  は

$$n_{k>0}(i) = n_{all}^{on}(i) - n_{all}^{off}(i) \cdot \alpha \quad (3.5)$$

その分布を図 3.8 に示す。

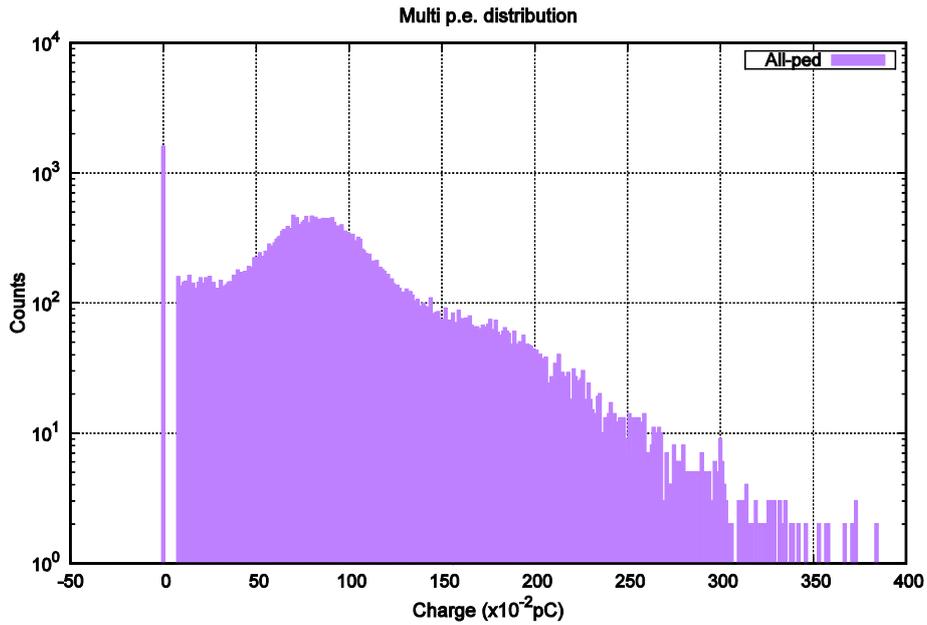


図 3.8 LED を光らせたときの分布から 0 光電子の分布を引いた分布  $N_{k>0}$

### (Step3)

検出される光電子数はポアソン分布に従うと仮定すると、 $k$ 光電子が起こる確率 $P_k$ は平均光電子数を $\lambda$ とすると、式 (3.5) で定義される。

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \quad (3.6)$$

$k$ 光電子の数 $N_k$ と $N_{all}^{on}$ を用いて、式 (3.5) は

$$N_k = N_{all}^{on} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \quad (3.7)$$

$k = 0, 1$  のとき式 (3.6) は

$$N_0 = N_{all}^{on} \cdot e^{-\lambda} \quad (3.8)$$

$$N_1 = N_{all}^{on} \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda} \quad (3.9)$$

(式 3.7) と (式 3.8) より

$$N_1 = N_0 \cdot \lambda \quad (3.10)$$

つまり0光電子の総数 $N_0$ と平均光電子数 $\lambda$ が求められれば $N_1$ が推定できる。

$N_0$ は $N_{all}^{off}$ に(式 3.3)で掛けたものになるので、以下の式で求まる。

$$N_0 = N_{all}^{off} \cdot \alpha \quad (3.11)$$

次に式(3.7)より平均光電子数 $\lambda$ を求めると

$$\lambda = -\ln \frac{N_0}{N_{all}^{on}} \quad (3.12)$$

よって式(3.9), (3.10), (3.11)より1光電子の総数 $N_1$ が求まる。

加えて式(3.7), (3.11), (3.12)より、2光電子以降のイベント数も割り出すことができる。

$$N_2 = \frac{\lambda^2}{2!} \cdot N_0 \quad (3.13)$$

$$N_3 = \frac{\lambda^3}{3!} \cdot N_0 \quad (3.14)$$

$$N_4 = \frac{\lambda^4}{4!} \cdot N_0 \quad (3.15)$$

(Step2)で求めた $N_{k>0}$ の分布において $n_{k>0}(i)$ を $N_1$ に最も近くなるビンまで積分し、そのビンまでを最初の1光電子の分布とする(図3.9)。

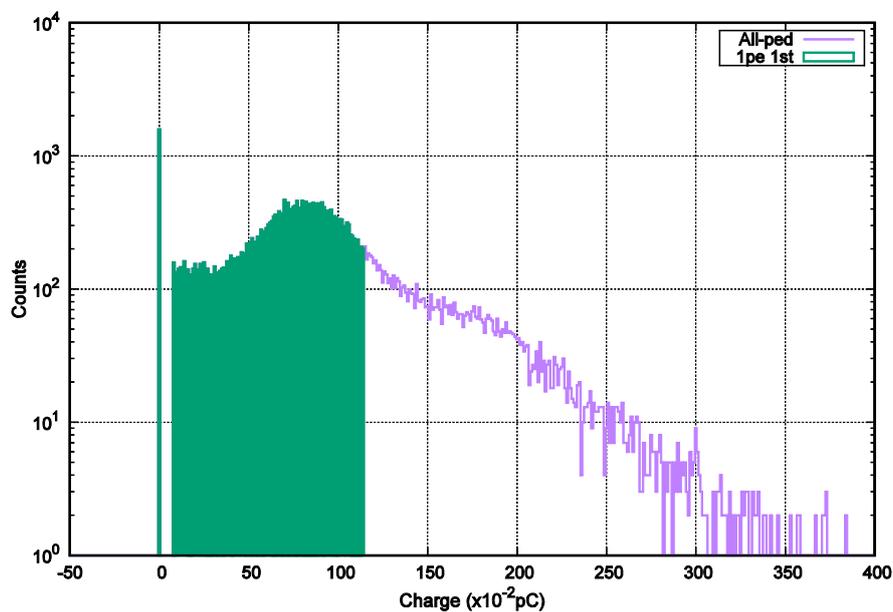


図 3.9 最初に用いる 1 光電子の分布

#### (Step4)

次に (Step3) で求めた 1 光電子の分布から以下の式に従って 2 光電子以上を推定する。1 回目に推定される光電子分布の一例を図 3.10 に示す。ここでは 4 光電子までを推定している。

$$n_2(i) = \frac{1}{2N_0} \sum_{i'=-\infty}^{\infty} n_1(i')n_1(i-i') \quad (3.16)$$

$$n_3(i) = \frac{1}{6N_0^2} \sum_{i''=-\infty}^{\infty} \sum_{i'=-\infty}^{\infty} n_1(i'')n_1(i')n_1(i-i''-i') \quad (3.17)$$

$$n_4(i) = \frac{1}{24N_0^3} \sum_{i'''=-\infty}^{\infty} \sum_{i''=-\infty}^{\infty} \sum_{i'=-\infty}^{\infty} n_1(i''')n_1(i'')n_1(i')n_1(i-i'''-i''-i') \quad (3.18)$$

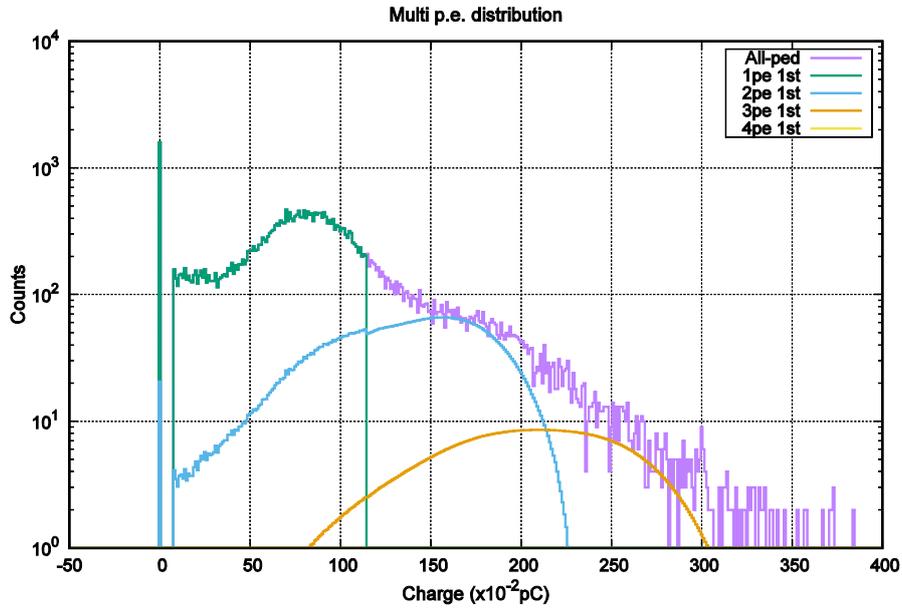


図 3.10 1 回目に推定される光電子分布

### (Step5)

$N_{k>0}$  の分布から (Step4) で推定した分布を引いた分布 (負のビンは 0 とする) を  $N_1$  に最も近くなるビンまで積分し、そのビンまでを次の 1 光電子の分布とする。例として 1 回目に推定した 2 光電子、3 光電子、4 光電子の分布を引いて求められた 2 回目の 1 光電子の分布を図 3.11 に示す。この 1 光電子の分布から新たな 2 光電子以上の分布を推定していく。

$$n_1(i) = n_{k>0}(i) - n_2(i) - n_3(i) \dots \quad (3.19)$$

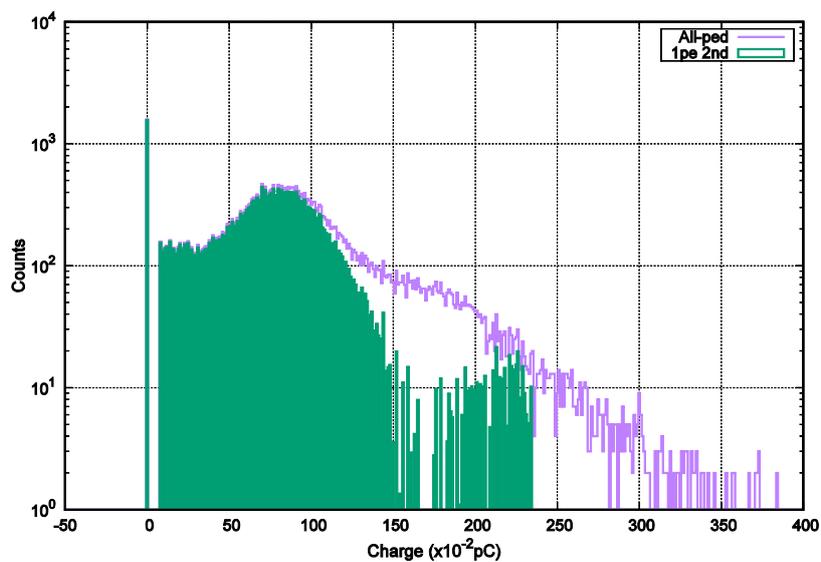


図 3.11 解析 2 回目に求まった 1 光電子の分布

### (Step6)

(Step5)で求まる1光電子分布を新たな1光電子分布として式(3.17), (3.18), (3.19)から2光電子以上を推定する。以降(Step5)(Step6)を5回繰り返した。

分布が収束していれば1光電子推定前の式(3.13), (3.14), (3.15)から求まるイベント数と、1光電子推定後の式(3.17), (3.18), (3.19)をそれぞれ積分したイベント数が一致するはずである。

(光電子)	1光電子推定前 (イベント)	1光電子推定後 (イベント)
1	30057	30054
2	7382	7381
3	1209	1208
4	148	148

表 3.1 1光電子推定前後の各光電子イベント数

表 3.1 より、イベント数がそれぞれ高精度で一致していることからポアソン分布に従い各光電子の分布を推定できていることが分かる。図 3.12 にその分布を示す。

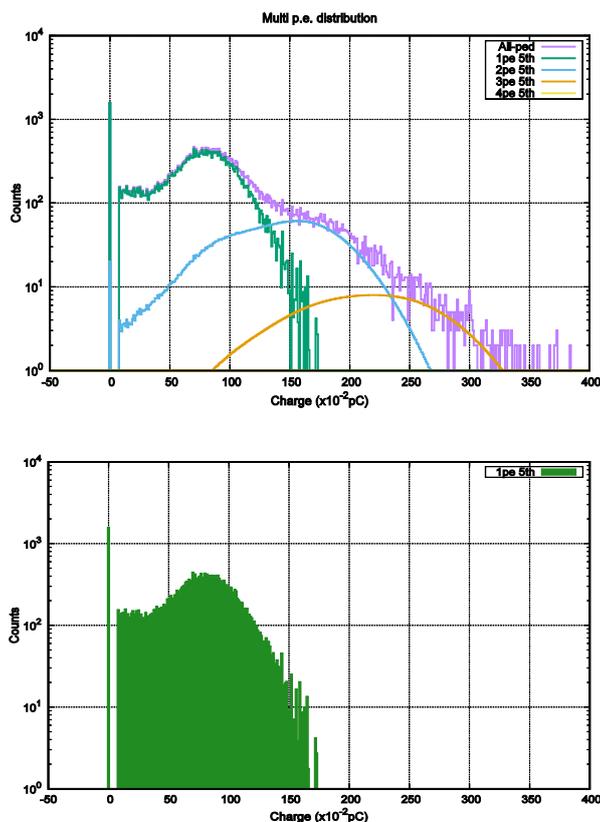


図 3.12 解析を5回繰り返した後に得られる分布 (上)  
最終的に用いる1光電子の分布 (下)

### (誤差の評価)

ここでは誤差及び解析の整合性をどのように評価するかを述べる。誤差については現実的な近似を用いて評価していて、厳密には数学的に正しくないが十分な精度で推定できる。

まず (Step1) において、式(3.3)より  $\alpha$  の誤差  $\delta\alpha$  は

$$\delta\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{on}(i)}{(\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{off}(i))^2} + \frac{(\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{on}(i))^2}{(\sum_{i=-\infty}^{-1} n_{all}^{off}(i))^3}} \quad (3.20)$$

(Step2)において

$$\delta n_{k>0}(i) = \sqrt{n_{all}^{on}(i) + n_{all}^{off}(i) \cdot \alpha^2 + (n_{all}^{off}(i))^2 \cdot \delta\alpha^2} \quad (3.21)$$

次に (Step3) で  $n_{k>0}(i)$  を  $N_1$  に最も近くなるビンまで積分し、そのビンまでを最初の1光電子の分布として (Step4) で2光電子以上を推定するが、2光電子以上の分布は1光電子の分布から一意的に決まるため誤差を持たず、(Step5)の式(3.16)より

$$\delta n_1(i) = \delta n_{k>0}(i) \quad (3.22)$$

1光電子分布推定後の1光電子の平均電荷量  $\bar{Q}_1$  は以下のように計算できる。

$$\bar{Q}_1 = \frac{\sum_{i=-\infty}^{\infty} n_1(i)q(i)}{\sum_{i=-\infty}^{\infty} n_1(i)} \quad (3.23)$$

誤差を  $\delta\bar{Q}_1$  とすると

$$\delta^2 \bar{Q}_1 = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{(q(i) - \bar{Q}_1)^2 \delta n_1(i)^2}{N_1^2} \right\} \quad (3.24)$$

同様に全イベント  $N_{all}^{on}$  の平均電荷量  $\bar{Q}_{all}$  は

$$\bar{Q}_{all} = \frac{\sum_{i=-\infty}^{\infty} n_{all}^{on}(i)q(i)}{\sum_{i=-\infty}^{\infty} n_{all}^{on}(i)} \quad (3.25)$$

誤差を  $\delta\bar{Q}_{all}$  とすると

$$\delta^2 \bar{Q}_{all} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{(q(i) - \bar{Q}_{all})^2 \delta n_{all}^{on}(i)^2}{N_{all}^2} \right\} \quad (3.26)$$

よって推定された1光電子の分布から平均電荷量とその誤差を求めることができる。

次に PMT の増幅率  $G_{PMT}$  を求める。増幅率は 1 光電子の平均電荷量  $\bar{Q}_1$  を素電荷  $e$  ( $1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ) とアンプのゲイン  $G_{Amp}$  で割ったものとなるので

$$G_{PMT} = \frac{\bar{Q}_1}{e \cdot G_{Amp}} \quad (3.27)$$

誤差  $\delta G_{PMT}$  は以下のように求まる。

$$\delta G_{PMT} = \frac{\delta \bar{Q}_1}{e \cdot G_{Amp}} \quad (3.28)$$

一方、式(3.12)から求まる平均光電子数のほかに、式(3.23), (3.25)を用いて全体の分布の平均電荷量を求めた 1 光電子分布の平均電荷量で割ることによって平均光電子数を求めることができる。それぞれ平均光電子数  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$ 、誤差を  $\delta_{\lambda_1}$  と  $\delta_{\lambda_2}$  とすると

$$\lambda_1 = -\ln \frac{N_0}{N_{all}^{on}} \quad (3.29)$$

式(3.11)、(3.17)より  $N_0$  の誤差  $\delta_{N_0}$  は

$$\delta_{N_0} = \sqrt{N_{all}^{off} \cdot \alpha^2 + N_{all}^{off^2} \cdot \delta \alpha^2} \quad (3.30)$$

$\lambda_1$  の誤差  $\delta_{\lambda_1}$  は

$$\delta_{\lambda_1} = \sqrt{\frac{\delta_{N_0}^2}{N_0^2} + \frac{1}{N_{all}}} \quad (3.31)$$

$\lambda_2$  と誤差  $\delta_{\lambda_2}$  は

$$\lambda_2 = \frac{\bar{Q}_{all}}{Q_1} \quad (3.32)$$

$$\delta_{\lambda_2} = \sqrt{\frac{\delta^2 \bar{Q}_{all}}{Q_1^2} + \frac{\bar{Q}_{all}^2}{Q_1^4} \cdot \delta^2 \bar{Q}_{all}} \quad (3.33)$$

$\lambda_1$  は 1 光電子推定前、 $\lambda_2$  は 1 光電子推定後に算出した平均光電子数となり、両者を比較することで解析が正しく行われたかの確認となる。

### 3.5 結果及び考察

(3.4 解析方法) で述べた解析方法を用いて実際に測定し解析した結果を示す。PMT への印加電圧を変化させた場合においてこの解析方法の精度及び有効であると言える PMT への印加電圧を評価した。この測定では PMT に照射する LED 光は一定としている。

次に光量を変化させた場合において最も精度の良くなる光量を評価した。PMT への印加電圧は 1400V とし、平均 1 光電子以下の範囲で測定した。それぞれの測定結果について平均電荷量、PMT の増幅率、平均光電子数を求め、解析の有効性を考察した。

測定のセットアップは (3.3 測定方法) に示した通りである。解析では 4 光電子までを推定するため、5 光電子のイベント数が 1 光電子のイベント数に対して 1%以下と推定される平均 1 光電子以下の光量で測定を行い、いずれもこの解析を繰り返し 5 回目に得られた結果を用いている。

### 3.5.1 印加電圧変化

PMT にかける印加電圧を変化させ、各電圧において 1 光電子の平均電荷量、増幅率を求め、どの印加電圧までこの解析方法が有効であるかを検証した。PMT に照射する LED の光量は一定で、印加電圧は 1000V から 1400V まで 100V 刻みで変化させ、それぞれ  $10^4$  イベント測定した。

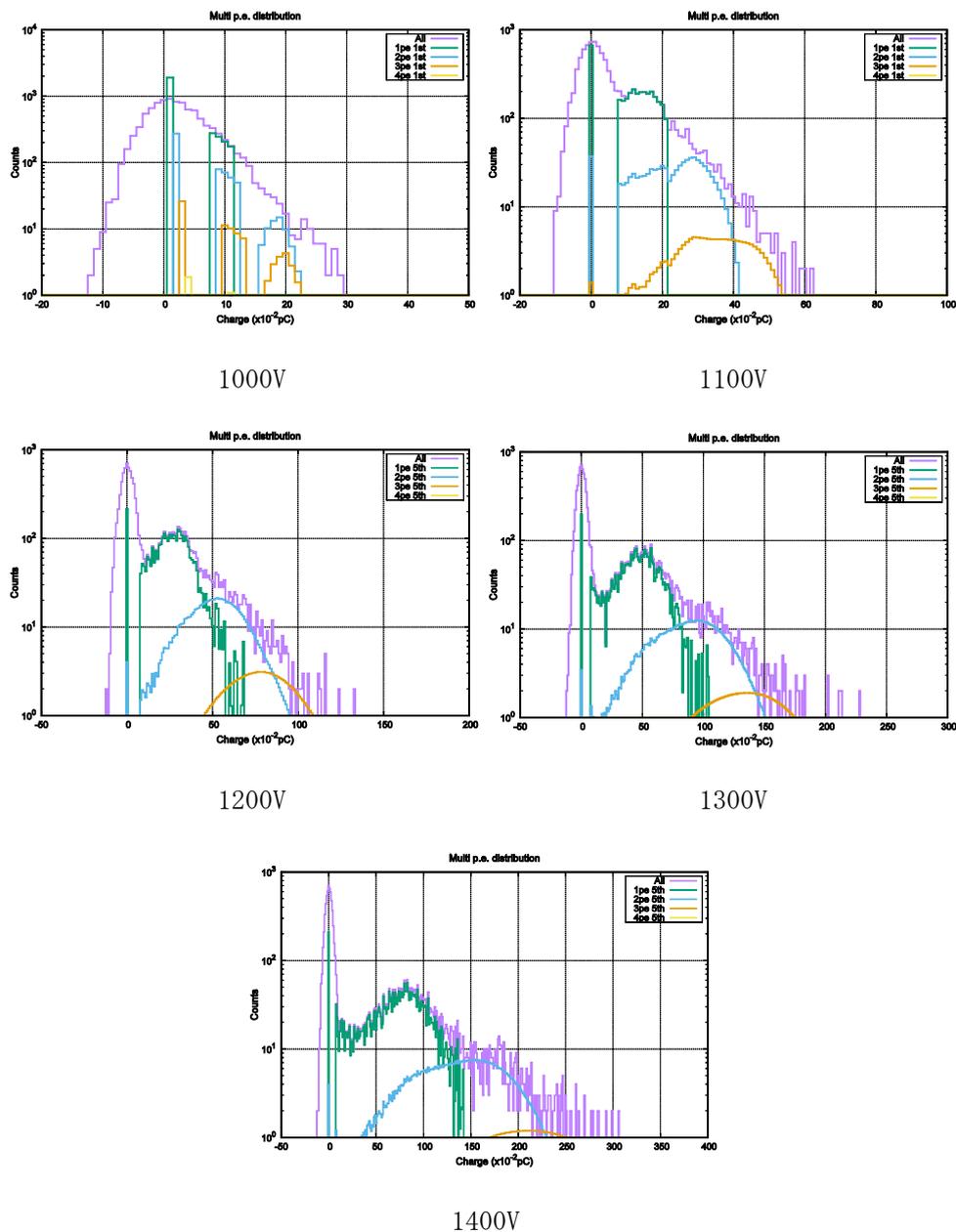


図 3.13 各印加電圧における光電子分布推定結果

次に、求めた増幅率をグラフに示し（図 3.14）、印加電圧と 1 光電子の平均電荷量、増幅率を表にまとめた（表 3.2）。どの印加電圧でも 4%以下の精度で増幅率が求まっていることが分かる。

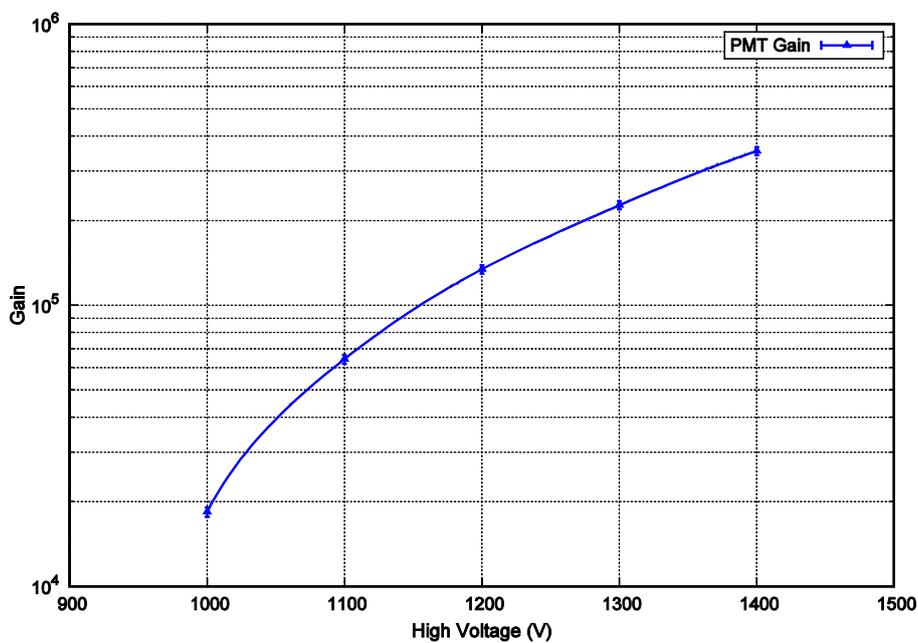


図 3.14 各印加電圧における PMT の増幅率

印加電圧 (V)	平均電荷量 (pC)	増幅率 (×10 <sup>5</sup> )
1000	3.53 ± 0.14	0.18 ± 0.01 (3.92%)
1100	12.34 ± 0.45	0.64 ± 0.02 (3.67%)
1200	25.75 ± 0.89	1.34 ± 0.05 (3.44%)
1300	43.55 ± 1.45	2.27 ± 0.08 (3.33%)
1400	67.83 ± 2.23	3.53 ± 0.12 (3.28%)

表 3.2 印加電圧ごとの平均電荷量、増幅率

増幅率は4%以下の精度で求まっているが、各印加電圧において解析が正しく行われたか、どの印加電圧までこの解析が有効であるかを考察する必要がある。式(3.29)～(3.33)から  $\lambda_1$  は1光電子推定前、 $\lambda_2$  は1光電子推定後に算出した平均光電子数となり、両者を比較することで解析が正しく行われたかの確認となる。(図3.15)、(表3.3)にその比較結果を示す。

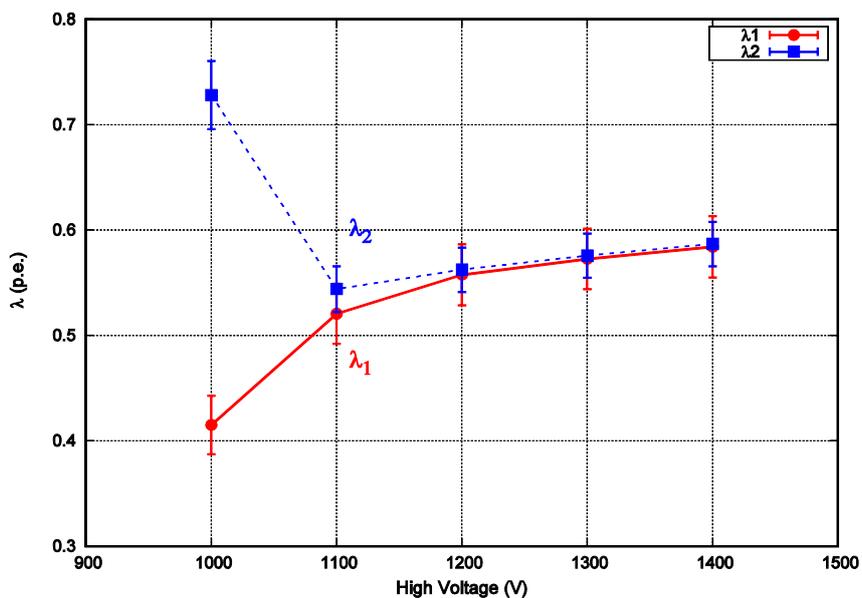


図 3.15

印加電圧 (V)	平均光電子数 (p. e.)	
	$\lambda_1$ (p. e.)	$\lambda_2$ (p. e.)
1000	0.42 ± 0.03	0.73 ± 0.03
1100	0.52 ± 0.03	0.54 ± 0.02
1200	0.56 ± 0.03	0.56 ± 0.02
1300	0.57 ± 0.03	0.58 ± 0.02
1400	0.58 ± 0.03	0.59 ± 0.02

表 3.3 印加電圧を変化させたときの平均光電子数の比較

PMT への印加電圧 1100V 以下では  $\lambda_1$  に対して  $\lambda_2$  の値が大きくなり一致していないことが分かる。これは図 3.13 に示したように PMT への印加電圧が低くなるほど全体の分布が 0 付近に寄り、ペDESTAL と各光電子分布の分離が難しくなっていることに起因すると考えられる。よって 1200V 以上の印加電圧においてこの解析は有効である。

これをふまえて (3.5.2 光量を変化させての測定) では最も  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  の一致が得られた印加電圧 1400V を採用することとした。

### 3.5.2 光量変化

この解析方法において精度が最大となる光量を求めるために、PMT に照射する LED 光を変化させる測定をおこなった。LED に送るパルスの電圧を変えることによって光量を調節しており、PMT への印加電圧は 1400V で一定としている。

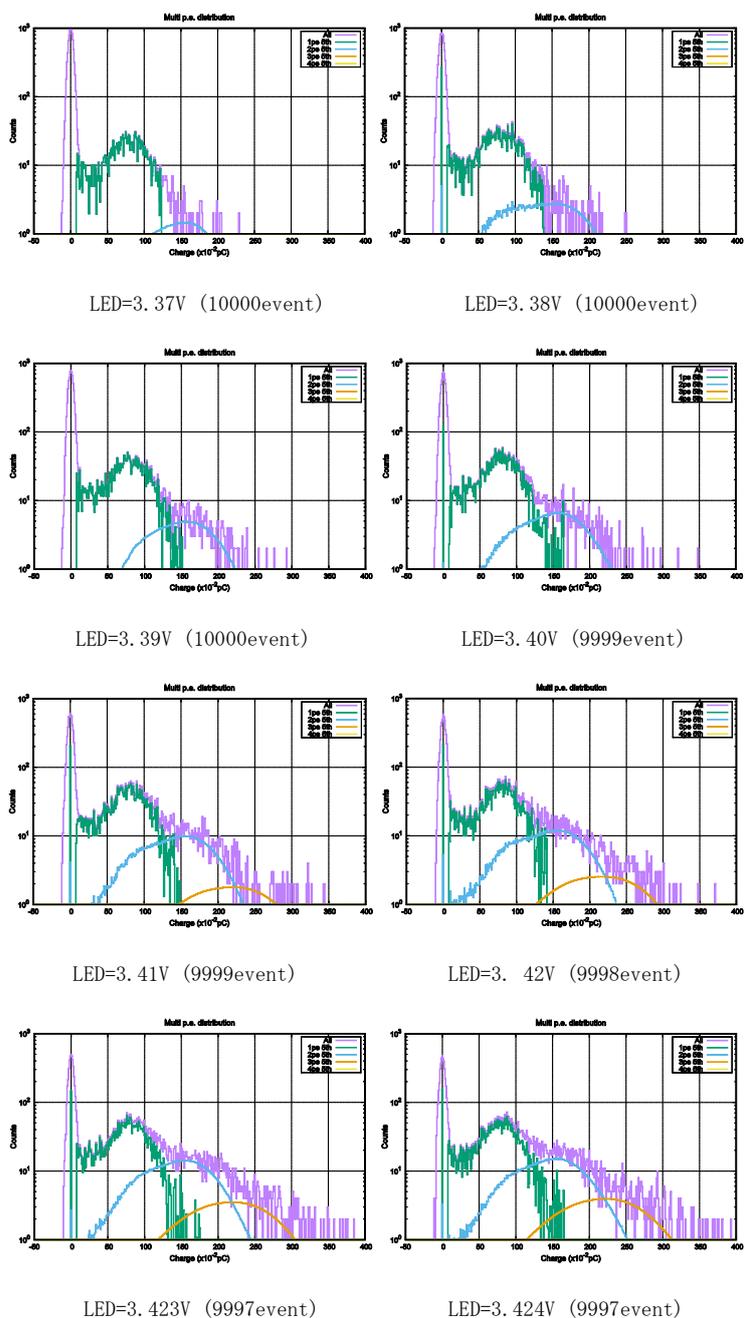


図 3.16 各光量における光電子分布推定結果  
光量を上げていくと光電子数が増えていくことが分かる。

次に各光量における PMT の増幅率を図 3.17 と表 3.4 に示す。光量が平均 1 光電子に近づくほど精度が良くなっていることが分かる。

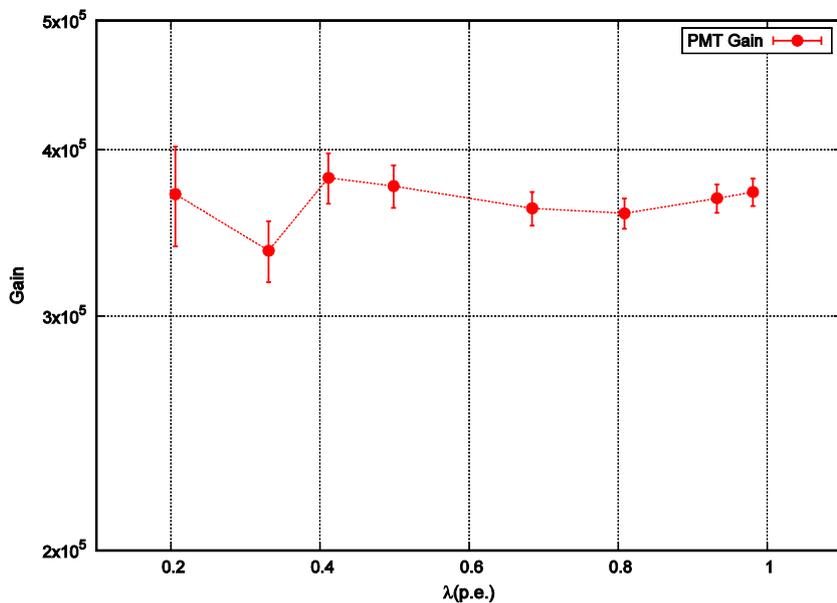


図 3.17 各光量における PMT の増幅率

イベント数	LED 印加電圧 (V)	平均光電子数 $\lambda_2$ (p. e.)	1 光電子平均電荷量 (pC)	増幅率 (×10 <sup>5</sup> )
10000	3.37	0.21 ± 0.02	71.09 ± 6.12	3.70 ± 0.32 (8.61%)
10000	3.38	0.33 ± 0.02	64.48 ± 3.40	3.36 ± 0.18 (5.27%)
10000	3.39	0.41 ± 0.02	73.14 ± 3.19	3.81 ± 0.17 (4.36%)
9999	3.40	0.50 ± 0.02	72.10 ± 2.67	3.76 ± 0.14 (3.70%)
9999	3.41	0.69 ± 0.02	69.37 ± 2.02	3.61 ± 0.11 (2.91%)
9998	3.42	0.81 ± 0.02	68.78 ± 1.80	3.58 ± 0.09 (2.61%)
9997	3.423	0.93 ± 0.03	70.60 ± 1.74	3.68 ± 0.09 (2.46%)
9997	3.424	0.98 ± 0.03	71.36 ± 1.69	3.72 ± 0.09 (2.37%)

表 3.4 LED 印加電圧、平均光電子数、1 光電子平均電荷量及び増幅率  
平均光電子数は 1 光電子分布推定後に求まる  $\lambda_2$  (p. e.)

平均 1 光電子程度の光量で 3% 以下の精度で求まっている。これは光量を上げるに従い、1 光電子のイベント数が増えることによると推察できる。

次に $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  を比較する。どの光量でも $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  は一致していることより、表 3.5 の範囲で解析は正しく行われたと評価することができる。

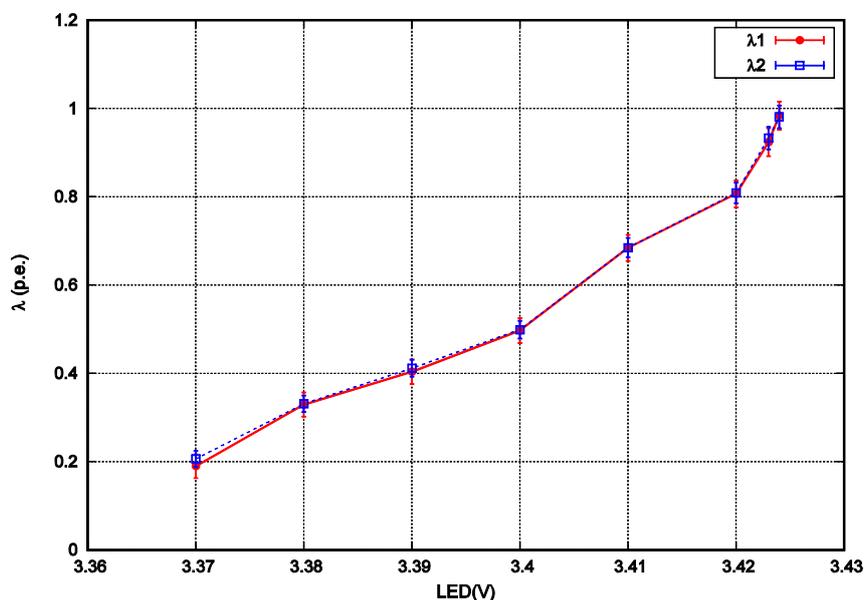


図 3.18 LED 印加電圧に対する平均光電子数の変化

イベント数	LED 印加電圧 (V)	平均光電子数 (p. e.)	
		$\lambda_1$ (p. e.)	$\lambda_2$ (p. e.)
10000	3.37	0.19 ± 0.03	0.21 ± 0.02
10000	3.38	0.33 ± 0.03	0.33 ± 0.02
10000	3.39	0.40 ± 0.03	0.41 ± 0.02
9999	3.40	0.50 ± 0.03	0.50 ± 0.02
9999	3.41	0.68 ± 0.03	0.69 ± 0.02
9998	3.42	0.81 ± 0.03	0.81 ± 0.02
9997	3.423	0.92 ± 0.03	0.93 ± 0.03
9997	3.424	0.98 ± 0.03	0.98 ± 0.03

表 3.5 LED 印加電圧、平均光電子数の比較

前頁の増幅率の結果と合わせて考察すると 1p. e. 付近の光量で精度が最も良いと言える。

### 3.6 結論

本研究では PMT で検出される光電子数はポアソン分布に従うと仮定し、それをもとに測定データを解析し光電子の分布を推定した。1 光電子以上の分布が含まれる信号からも 1 光電子を推定することが可能である。

この方法を用いて求めた 1 光電子分布を、PMT にかける印加電圧を変化させた場合及び LED の光量を変化させた場合において測定・解析した。その結果、この解析方法が有効である PMT への印加電圧の評価、光量が平均 1 光電子程度で 3%以下の精度で求めることができる。

## 謝辞

大学院に進学し本論文を書き上げるに至るまで様々なことがありましたが、無事に完成させることができました。まず何よりも2年間指導教授としてご指導頂いた山本常夏教授に感謝の気持ちで一杯です。私が至らずに、測定や解析における疑問点やなかなか解決できずに悩んでいた課題に対して様々なアドバイスやご意見を頂きました。普段お忙しいなか、研究内外問わずほぼ毎日お話しする時間を取ってくださり本当に感謝しています。誠にありがとうございました。そして学部の頃から梶野文義教授には測定や解析における基礎的な知識や手法、考え方や様々な相談に乗って頂きました。そこで教えて頂いたことが大学院での研究にも大きく役立ちました。誠にありがとうございました。

さらに同研究室の猪目祐介さんには技術的なことや小さな質問にも本当に丁寧に教えて頂き、多くのことを学ばせて頂きました。誠にありがとうございました。

また、今日に至るまで充実した時間を過ごせたのは大学・大学院ともに過ごしてきた同期の院生の存在があったからこそであり、他分野での研究内容を知り知見を広められたことなど、貴重な時間だったと感じています。特に同研究室の高見君は私にはない視点持っており、驚くことも多かったのですが彼がいたことで楽しく過ごすことができました。ありがとうございます。その他にも多くの方々の支えがあり研究を進めていくことができたこと、深く感謝致します。

最後に、私の家族、特に両親には常に私の希望した道を後押しし、応援してもらいました。私が生まれてから今日に至るまで、また大学院まで進学させてもらったことに言葉では言い表せないほどの感謝の気持ちで一杯です。ありがとうございました。

The authors thank the CTA collaboration for their assistance.

This work is supported by the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology,

Japan, by a Grant-in-Aid for Challenging Exploratory Research, 15K13489, 2015-2017 and a Grant-in-Aid for Specially Promoted Research 24000004, 2012-2016.

Furthermore, it is partly supported by the Inter-University Research Program of the Institute of Cosmic Ray Research, University of Tokyo.

## 参考文献

- [1] 「シリーズ現代の天文学 第17巻 宇宙の観測Ⅲ—高エネルギー天文学」、井上一/他編、2008、日本評論社
- [2] Cherenkov Telescope Array 計画書, 2014, 東京大学宇宙線研究所  
[http://www.cta-observatory.jp/Documents/2014/CTA-Japan\\_LOI\\_20140715.pdf](http://www.cta-observatory.jp/Documents/2014/CTA-Japan_LOI_20140715.pdf)
- [3] H. E. S. S. <https://www.mpi-hd.mpg.de/hfm/HESS/pages/about/>
- [4] MAGIC <https://magic.mpp.mpg.de/>
- [5] VERITAS <http://veritas.sao.arizona.edu/>
- [6] CTA-Japan <http://www.cta-observatory.jp/index.html>
- [7] 光電子増倍管 —その基礎と応用—、浜松ホトニクス株式会社 編集委員会、1993、浜松ホトニクス株式会社
- [8] 高橋光成、修士論文（東京大学宇宙線研究所 2015）